



**Міністерство освіти і науки України
Харківський національний педагогічний університет
імені Г. С. Сковороди**

Фізико-математичний факультет



**Збірник тез доповідей учасників
XX Всеукраїнської науково-методичної конференції
здобувачів вищої освіти та молодих вчених
«НАУМОВСЬКІ ЧИТАННЯ», присвяченої
300-річчю з дня народження Григорія Сковороди**

3-4 листопада 2022 року

Харків – 2022

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

Бойчук Юрій доктор педагогічних наук, професор, завідувач ректор ХНПУ імені Г. С. Сковороди (Голова оргкомітету);

Бережна Світлана доктор філософських наук, професор, проректор з наукової, інноваційної і міжнародної діяльності ХНПУ імені Г. С. Сковороди (заступник Голови оргкомітету);

Пономарьова Наталія доктор педагогічних наук, професор, професор кафедри інформатики, декан фізико-математичного факультету ХНПУ імені Г.С. Сковороди (заступник Голови оргкомітету);

Жерновникова Оксана доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри освітології та інноваційної педагогіки ХНПУ імені Г. С. Сковороди; кафедри математики ХНПУ імені Г. С. Сковороди (заступник Голови оргкомітету);

Сіра Ірина доцент кафедри математики ХНПУ імені Г. С. Сковороди, (секретар оргкомітету);

Боярська-Хоменко Анна доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри освітології та інноваційної педагогіки ХНПУ імені Г. С. Сковороди;

Олефіренко Надія доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри інформатики ХНПУ імені Г. С. Сковороди;

Масич Віталій доктор педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри фізики ХНПУ імені Г. С. Сковороди;

Басенко Ольга здобувачка першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, в. о. голови студентської ради фізико-математичного факультету;

Худас Анна здобувачка першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, голова волонтерського комітету студентської ради фізико-математичного факультету.

Рекомендовано вченою радою фізико-математичного факультету Харківського національного педагогічного університету імені Г. С. Сковороди
протокол № 7 від 31 січня 2023 р.

Затверджено редакційно-видавничою радою
Харківського національного педагогічного університету імені Г. С. Сковороди
Протокол № 2 від 15 лютого 2023 р.

Матеріали XX науково-методичної конференції здобувачів вищої освіти та молодих учених «Наумовські читання», присвяченої 300-річчю з дня народження Григорія Сковороди [Електронний ресурс] (3-4 листопада 2022 р., м. Харків) / за заг. ред. Жерновникової О.А. / ХНПУ ім. Г. С. Сковороди. Харків : ХНПУ, 2022. – 436 с.

©Харківський національний педагогічний університет ім. Г. С. Сковороди

Логічні основи шкільного курсу геометрії

Ірина Сіра, доцент кафедри математики ХНПУ імені Г. С. Сковороди;
Марія Кравцова, здобувач першого (бакалаврського) рівня вищої освіти,
ХНПУ імені Г. С. Сковороди.....167

Сфера, орисфера, еквідистантна поверхня та геометрія на них

Ірина Сіра, доцент кафедри математики ХНПУ імені Г. С. Сковороди;
Катерина Єфімова, здобувач першого (бакалаврського) рівня вищої освіти,
ХНПУ імені Г. С. Сковороди.....168

ІННОВАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ В ОСВІТНІЙ ПРАКТИЦІ

Особливості вивчення майбутніми учителями інформатики основ комп'ютерного моделювання

Наталія Пономарьова, декан фізико-математичного факультету ХНПУ імені Г. С. Сковороди; **Андрій Гайдусь**, доцент кафедри інформатики ХНПУ імені Г. С. Сковороди; **Яна Носова**, здобувачка другого (магістерського) рівня вищої освіти ХНПУ імені Г. С. Сковороди.....174

Веб-застосунок для електронного обліку успішності студентів

Андрій Гайдусь, доцент кафедри інформатики ХНПУ імені Г. С. Сковороди; **Марк Прихода**, здобувач другого (магістерського) рівня вищої освіти ХНПУ імені Г. С. Сковороди.....178

Провідні ідеї концепції профорієнтаційної роботи у НУШ

Наталія Пономарьова, декан фізико-математичного факультету ХНПУ імені Г. С. Сковороди; **Олена Аркатова**, здобувачка другого (магістерського) рівня вищої освіти ХНПУ імені Г. С. Сковороди.....180

Реалізація особистісно-орієнтованої моделі навчання засобами задачного підходу

Наталія Пономарьова, декан фізико-математичного факультету ХНПУ імені Г. С. Сковороди; **Аліна Штикова**, здобувачка другого (магістерського) рівня вищої освіти ХНПУ імені Г. С. Сковороди.....183

Розробка веб-сайту з використанням фреймворку Bootstrap

Євген Шакуров, викладач кафедри інформатики ХНПУ імені Г. С. Сковороди; **Катерина Клокова**, здобувачка першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ХНПУ імені Г. С. Сковороди.....185

Мережеві характеристики та класифікація комп'ютерних мереж

Євген Шакуров, викладач кафедри інформатики ХНПУ імені Г. С. Сковороди; **Євгеній Криворучко**, здобувач першого (бакалаврського) рівня вищої освіти ХНПУ імені Г. С. Сковороди.....187

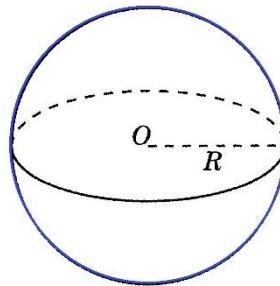
СФЕРА, ОРИСФЕРА, ЕКВІДИСТАНТНА ПОВЕРХНЯ ТА ГЕОМЕТРІЯ НА НИХ

Харківський національний педагогічний університет імені Г. С. Сковороди

Анотація: У науково-дослідній роботі були розглянуті зміст таких понять як «сфера», «орисфера», «еквідистантна поверхня». У тезах освітлюються основні теореми орисфер, основні властивості еквідистант та їх доведення, теореми евідистаної поверхні.

Ключові слова: сфера, орисфера, еквідистанта, еквідистантна поверхня.

Що в собі носить поняття «сфера»? Воно зародилося в Греції - «σφαῖρα» - буквально «м'яч» або «куля». В школі на уроках геометрії ми вивчали це поняття. Сфера являє собою поверхню обертання і утворюється тоді, коли півколо обертається навколо свого діаметра. Також вона є поверхнею кулі. Сфера складається з усіх точок простору, які віддалені від центра кулі (сфери) на задану відстань (r сфери).

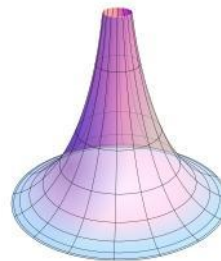
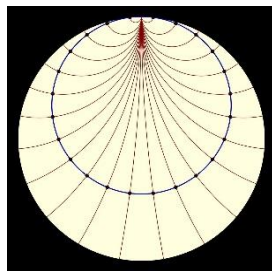


Основні формули:

$S(\text{сфери}) = 4\pi R^2$, де R - радіус кулі;

$V(\text{кулі}) = \frac{4\pi R^3}{3}$, де R радіус кулі.

Орисфера – це поверхня в просторі Лобачевського, утворена обертанням орициклу навколо однієї з його осей. Вона ортогональна до прямих, паралельних у певному напрямі.



Орисфера є межею, що проходить через фіксовану точку і центр, що прагне до нескінченності вздовж фіксованого променя. Її можна розглядати як сферу, з нескінченно віддаленим центром.

В евклідовому просторі орисферами є евклідові площини. Відповідно, в

евклідовій площині орициклом буде пряма. Отже, поняття орисфери в такому сенсі узагальнює поняття площини.

Теорема 1. Траєкторією зв'язків паралельних прямих є орисфера. Назад: будь-яка орисфера, задана променем AA_1 , є траєкторією зв'язків паралельних прямих, яка задана прямою AA_1 .

Теорема 2. Будь-яка пряма перетинається з орисферою не більше ніж у двох точках, причому пряма перетинається з орисферою у двох точках тоді і тільки тоді, коли вона проходить через деяку внутрішню точку щодо орисфери та не збігається з віссю.

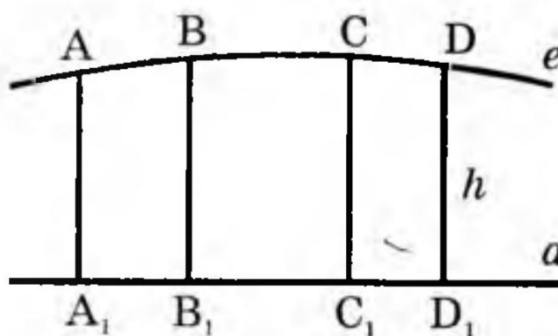
Теорема 3. Якщо центральна точка A_0 площини σ , яка не є діаметральною щодо зв'язування осей даної орисфери, є внутрішньою точкою щодо орисфери, то площина σ перетинає орисферу по колу із центром A_0 ; Якщо A_0 – зовнішня точка щодо орисфери, то площина і орисфера не мають спільних точок.

Теорема 4. Площина є дотичною до орисфери і тоді, коли вона збігається з діаметральною площиною та її центральна точка щодо зв'язування осей орисфери належить орисфері.

Еквідистанта – геометричне місце точок площини, розміщених по один бік від прямої a на однакових відстанях від неї. Позначимо її через e . Її точок від бази a – висота еквідистанти. Кожну пряму на площині. Параметрами еквідистанти, що її повністю визначають, є пряма a – база еквідистанти і відстань h .

Можна розглядати як еквідистанту нульової висоти ($h = 0$). На евклідовій площині еквідистантою даної висоти h є пряма, паралельна даній прямій a і віддалена від неї на h . Твердження, що точки прямої a , паралельної прямій a , рівновіддалені від прямої a , еквівалентне V постулату Евкліда.

На площині Лобачевського не існує двох прямих, відстань між точками яких була б сталою величиною. Тому еквідистанта на площині Лобачевського – це опукла крива лінія, що впливає з розглянутих далі її властивостей. До однієї прямої a – бази можна побудувати безліч еквідистант, змінюючи значення висоти h .



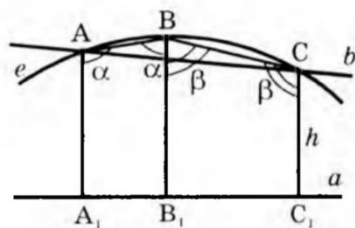
Основні властивості еквідистант:

4. Еквідистанта може рухатись сама по собі не деформуючись. Справді, при зміщенні площини по прямій a кожна точка еквідистанти з базою a переміщується так, що її відстань від a залишається без змін. Отже, ця точка при русі в площині Лобачевського залишається весь час на еквідистанті.

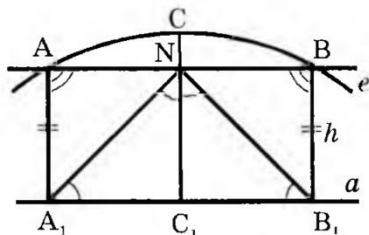
Еквідистанту можна розглядати як лінію, одержану в результаті руху точки в площині Лобачевського – зміщення по прямій.

5. Кожна пряма з еквідистантою може мати не більше двох спільних точок.

Доведення цієї властивості проведемо методом від супротивного. Припустимо, що пряма b перетинає еквідистанту в трьох точках A, B, C . Опустимо з цих точок перпендикуляри на базу a , їх основи A_1, B_1, C_1 . Тоді $AA_1 = BB_1 = CC_1 = h$, тому чотирикутники A_1ABB_1 і B_1BCC_1 - чотирикутники Саккері, кути при верхній основі завжди гострі і рівні: $\angle A_1AB = \angle B_1BA = \alpha < 90^\circ$ і $\angle B_1BC = \angle C_1CB = \beta < 90^\circ$. Сума $\alpha + \beta < 180^\circ$, тому точки A, B, C не можуть лежати на одній прямій.



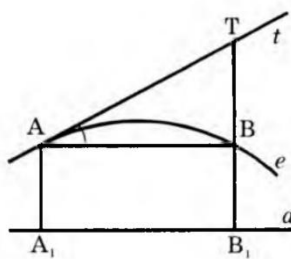
6. Еквідистанта в площині Лобачевського - опукла крива лінія, опуклістю напрямлена в сторону від бази a .



Доведення. Нехай маємо еквідистанту e з базою a і висотою h . Візьмемо на еквідистанті дві довільні точки A, B і опустимо з них перпендикуляри - висоти на базу a : AA_1 , перпендикулярні a і BB_1 перпендикулярні a . Оскільки $AA_1 = BB_1 = h$, то A_1ABB_1 , -чотирикутник Саккері. Через середину C , нижньої основи A_1B_1 проведемо перпендикуляр до a . Нехай він перетинає еквідистанту в точці C , а відрізок AB - у точці N . Покажемо, що перпендикуляр C_1N є спільним перпендикуляром обох основ чотирикутника A_1ABB_1 Саккері. Провівши діагоналі A_1N і B_1N чотирикутників A_1ANC_1 і B_1BNC_1 , дістанемо рівні прямокуті трикутники NA_1C_1 і NB_1C_1 (NC_1 - спільна, $A_1C_1 = C_1B_1$), тому $A_1N = B_1N$. Тоді будуть рівними і трикутники A_1AN та B_1BN ($AA_1 = BB_1$, $\angle A = \angle B$, $\angle AA_1N = \angle BB_1N$), звідки випливає рівність $AN = NB$. Крім того, $\angle ANC_1 = \angle BNC_1$. Отже, C_1N перпендикулярна AB , тому прямі AB і A_1B_1 розбіжні, C_1N - найменша відстань між ними: $C_1N < AA_1 = CC_1$, тобто точка C лежить вище точки N . Звідси й випливає, що еквідистанта - опукла крива лінія, опуклістю напрямлена в сторону від бази a .

Сформулюємо без доведення ще такі дві властивості.

4. Дотична до еквідистанти перпендикулярна до висоти, проведеної через



точку дотику.

5. Усі точки еквідистанти розміщені по один бік від дотичної, проведеної через довільну її точку A, в сторону бази a . Справедливість цієї властивості випливає з попередньої: відрізок BB_1 має сталу величину h , а відрізок B_1T збільшується по обидві сторони від висоти AA_1 .

Теореми:

Теорема 1. Траєкторія зв'язки прямих, що розходяться, є еквідистантна поверхня. Назад: будь-яка еквідистантна поверхня є траєкторією зв'язки прямих, що розходяться, з базою, що збігається з основою поверхні.

Теорема 2. Будь-яка пряма l , яка перетинає базу α еквідистантної поверхні або паралельна базі та розташована в напівпросторі поверхні, одну і тільки одну загальну точку з поверхністю.

Пряма, яка розташована у напівпросторі еквідистантної поверхні з висотою h і розходиться з базою α , перетинає поверхню у двох точках, якщо $d < h$; має з поверхнею тільки одну загальну точку, якщо $d = h$; і не має жодної загальної точки, якщо $d > h$. Тут d – відстань від даної прямої до площини.

Теорема 3. Перетин еквідистантної поверхні з базою α площиною σ є: а) еквідистанта з базою m , якщо площина σ перетинає площину α по прямій m ; б) орицикл, якщо площина σ паралельна площині α і розташована в напівпросторі еквідистантної поверхні.

Теорема 4. Нехай площина σ розходиться з базою еквідистантної поверхні α з висотою h , розташованої в напівпросторі поверхні, і відстань між площинами σ і α дорівнює d . Тоді якщо $d < h$, то площина і еквідистантна поверхня перетинаються по колу з центром у точці перетину загального перпендикуляра до площин σ та α з площиною σ ; якщо $d = h$, то площина має з поверхнею тільки одну загальну точку; а якщо $d > h$, то площина не має з поверхнею ні однієї загальної точки.

Теорема 5. Площина є дотичною до еквідистантної поверхні тоді і тільки тоді, коли вона проходить через точку поверхні та перпендикулярна до висоти, проведеної в цю точку.

Теорема 6. Дві еквідистантні поверхні рівні тоді й лише тоді, коли рівні їхні висоти.

Висновок: внутрішня геометрія еквідистантної поверхні є геометрією Лобачевського. В евклідовому просторі на околиці кожної точки псевдосфери має місце геометрії Лобачевського. Спроба Бельтрамі реалізувати планиметрію Лобачевського загалом у вигляді внутрішньої геометрії деякої поверхні

евклідового простору не увінчалася успіхом. Це не випадково, оскільки Д. Гільбертом було доведено, що в евклідовому просторі немає поверхні, ізометричної всієї площини Лобачевського.

Список використаних джерел:

1. Атанасян Л.С. Геометрія Лобачівського
2. Боровик В. Н., Яковець В.П. «Курс вищої геометрії» Навчальний посібник

Yefimova K.V., Syra I.T.

**SPHERE, ORISPHERE, EQUIDISTANT SURFACE
AND THE GEOMETRY ON THEM**

Abstract. The content of such concepts as «sphere», «orisphere», «equidistant surface» were considered in the research work. The theses explain the main theorems of oryspheres, the main properties of equidistants and their proofs, the theorems of the evidential surface.

Key words: sphere, orisphere, equidistant, equidistant surface.