

Міністерство освіти і науки України

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ
УНІВЕРСИТЕТ

**АКТУАЛЬНІ АСПЕКТИ ФУНДАМЕНТАЛІЗАЦІЇ
МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ В СУЧАСНИХ ВИЩИХ
НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ:
ПОГЛЯД СТУДЕНТІВ І МОЛОДИХ ВЧЕНИХ**

**Матеріали Всеукраїнської науково-практичної
конференції здобувачів вищої освіти і молодих вчених
12–13 квітня 2018 року**

Харків
ХНАДУ
2018

залежності від застосовуваної системи одиниць) в космологічній постійної (найбільша помилка Альберта Ейнштейна) або константі постійного магнітного поля. В системі числення з будь-якою основою (в десятковій, двійковій ...), цифри π проходять всі тести на випадковість, не спостерігається ніякого порядку або послідовності. Дзета-функція Рімана тісно пов'язує число π з простими числами. Це число має довгу історію і напевно до сих пір зберігає безліч сюрпризів.

Водолазська К.С. (студ., 2 курс)
Науковий керівник – доц. Сіра І.Т.,
Харківський національний педагогічний університет імені Г.С. Сковороди

ІСТОРІЯ ЗАРОДЖЕННЯ ІНТЕГРАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ

Поняття інтеграла пронизує всю сучасну математику. Як відомо, одне з великих математичних відкриттів всіх часів мало своїм джерелом фізичну інтуїцію. Мається на увазі відкриття Архімеда тієї гілки науки, яку зараз називають інтегральним численням. Архімед знайшов площу параболічного сегменту, об'єм кулі і ще багато подібних результатів з допомогою єдиного методу, в якому важливу роль грає ідея рівноваги. Як говорив він сам, він «досліджував декілька математичних задач засобами механіки».

Вдосконалення методів Архімеда і створення інтегрального числення, його розвиток, здійснювалися в роботах Кеплера, Кавальєрі, Торрічеллі. Паскаля, Ферма, Валліса, Роберваля, Барроу, Ньютона, Лейбніца, братів Якоба і Йоганна Бернуллі, Ейлера, Коші, Рімана. Розвиток ідеї інтеграла потім йшло в напрямку надання поняттю інтеграла все більшої спільності, розширення його застосовності до вирішення нових класів задач математики і фізики, побудови багатовимірних, поверхневих і криволінійних інтегралів.

Інтегрування простежується ще в давньому Єгипті, приблизно в 1800 році до н. е., Московський математичний папірус демонструє знання формули об'єму зрізаної піраміди.

Першим відомим методом для розрахунку інтегралів є метод вичерпання Евдокса (приблизно 370 до н. е.), який намагався знайти площі і об'єми, розриваючи їх на нескінченну безліч частин, для яких площа або об'єм вже відомі. Цей метод був підхоплений і розвинений Архімедом, і використовувався для розрахунку площ парабол і наближеного розрахунку площі круга. Аналогічні методи були розроблені незалежно в Китаї в 3-му столітті н.е. Лю Хуейем, який використовував їх для знаходження площі круга. Цей метод був згодом використаний Дзю Чонгши для знаходження об'єму кулі.

Архімед удосконалив Евдокса метод вичерпання і успішно користувався ним при доказі багатьох теорем. Тут і закладені початки інтегральних методів. Архімед застосовував метод вичерпання не тільки для встановлення нових фактів, а і обґрунтування відомих раніше, але не доведених. Далі Архімед повідомив, що він опублікує цей метод, бажаючи здійснити колишні згадки про нього і з метою допомогти сучасним і майбутнім математикам в нових відкриттях.

Дуже важливим для становлення інтегрального числення було удосконалення Архімедом ідеї Демокріта про розбиття плоских фігур на елементарні смужки, що «заповнюють» фігури, і тіла на шари, що заповнюють їх. Таких елементарних частин могло бути нескінченна множина або скінченне число. Цими діями Архімед передував ідеям Кеплера і Кавальєрі у визначенні числових характеристик різних геометричних об'єктів.

Що стосується Паскаля, то він став вивчати криві самі по собі, розглядаючи їх як багатокутники; він визначив довжини деяких кривих, обіймані ними площі, об'єми, описувані цими площами, центри ваги цих площ і об'ємів і т.д. І шляхом одного тільки розгляду елементів цих кривих, тобто шляхом розгляду нескінченно малих, він відкрив деякі загальні методи, тим більше вражаючи, що він, напевно, знайшов їх лише силою свого генія, без жодної допомоги аналізу.

Незабаром, після публікації методу Декарта для знаходження дотичних, де-Ферма відкрив теж один метод, який Декарт під кінець сам визнав за більш простий у багатьох випадках, ніж його власний метод. Правда, він не був ще таким простим, яким зробив його згодом Барроу, більш ретельно вивчаючи властивості багатокутників, які природно приводять до розгляду маленького трикутника, утворюваного частинкою кривої, укладеної між двома нескінченно близькими ординатами, різницею цих двох ординат і різницею відповідних абсцис.

Г. Барроу не обмежився цим; він придумав також особливе числення, пов'язане з цим методом, але для користування ним йому довелося, як доводилося і в методі Декарта, позбавлятися від дробів і усувати всі знаки радикалів.

На місце цього методу став потім метод знаменитого Лейбніца. Цей вчений геометр почав там, де закінчили Барроу і інші геометри.

Символ інтеграла введений Лейбніцом (1675 р.). Цей знак є зміною латинської букви S. Саме слово інтеграл придумав Я.Бернуллі (1690 р.).

Восени 1675 року Лейбніц сформулював основні поняття диференціального і інтегрального числення. Він дав загальні правила вирішення завдань на квадратуру і дотичні, встановив зв'язок між завданнями диференціювання і інтегрування, ввів символіку обох операцій, що збереглася понині.

Винайдене ним числення привело його в невідомі до того області, в яких він зробив відкриття, що викликають подив у наймайстерніших математиків Європи. Брати Бернуллі перші помітили красу цього числення; вони довели його до досконалості, що дозволила їм подолати такі труднощі, на які ніколи б не осмілилися раніше.

У XVII ст. велика група математиків займалася проведенням дотичної до кривої, що привело до виникнення диференціального числення, і обчисленням квадратури, що спричинило виникнення інтегрального числення. Заслуга

Ньютона і Лейбніца полягала у відшуканні внутрішнього зв'язку між цими завданнями. Користування теоремою про взаємну оберненість операцій диференціювання і інтегрування і знання похідних багатьох функцій дали Ньютону можливість по флюксіях отримувати флюенти (функції), тобто інтегрувати. Якщо інтеграли безпосередньо не обчислювалися, Ньютон розкладав підінтегральну функцію в степеневий ряд і інтегрував його почленно. Введення такого прийому – заслуга Ньютона.

Слід відзначити, що ні у Ньютона, ні у Лейбніца не було формули

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a),$$

званою зараз формулою Ньютона – Лейбніца. Але це правило вони знали.

Інтеграл Лейбніц розумів як суму нескінченного числа доданків – визначений інтеграл. У одному з рукописів є запис $dx = x$. Це означає, що взаємна оберненість дій диференціювання і інтегрування у Лейбніца виступали на оперативному рівні. Лейбніц замість слова «інтеграл» вживав «сума».

У 1814 р. Коші у своїх мемуарах вперше обговорював питання існування інтегралів, в якому були відмічені парадоксальні властивості деяких подвійних інтегралів. Математик почав розглядати подвійні інтеграли як суми елементів, відповідних різним значенням двох змінних. Парадоксальні властивості, виявлені у подвійних інтегралів, Коші переніс і на визначені інтеграли.

Невизначений інтеграл Коші ввів як частинний випадок визначеного, при змінній верхній межі. Він довів неперервність такого інтеграла по верхній межі і теорему про те, що похідна його по верхній межі рівна підінтегральній функції. Коші довів також справедливості формули Ньютона – Лейбніца.

Область застосування інтегрального числення колосальна: воно годиться як для механічних, так і для геометричних кривих; йому аніскільки не заважають знаки радикала, що виявляються часто навіть дуже зручними; його можна застосувати до якої завгодно кількості невизначених; для нього представляється однаково легким порівняння всіх нескінченно малих. Це дає початок нескінченній безлічі вражаючих відкриттів.

З сказаного очевидно, що переоцінити значення відкриття інтегрального числення неможливо. Якщо врахувати, що вдосконалення цього напрямку в науці продовжувалося і протягом XVIII–XIX століть і історія зберегла імена багатьох чудових математиків, що дали свій внесок у розвиток різних методів диференціального і інтегрального числення, то можна це явище розглядати як пласт своєрідної культури, з яким необхідно бути знайомим кожній освіченій людині, а тим більше, на завершальному етапі навчання в середній школі.

Література

- [1] – Архимед. Сочинения // Нор. ст. и коммент. Веселевского И. Н. – М.: Физматгиз, 1962, – с.213.
- [2] – История отечественной математики. Киев: Наукова думка, 1967. Т. 2, с. 616.
- [3] – Никифоровский В. А. Путь к интегралу. – М.: Наука, 1985. – 192 с.

Гельман В.В. (студ., 2 курс)
Науковий керівник – доц. Сіра І.Т,
Харківський національний педагогічний університет імені Г.С. Сковороди

ІСТОРИЧНИЙ ЕКСКУРС У РОЗВИТОК ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ

Одним з фундаментальних понять математичного аналізу, як розділу математики, є поняття похідної. Розділ математики, в якому вивчається це поняття та його застосування до дослідження функцій, називають диференціальним численням. Похідною функції $y = f(x)$ в точці x_0 називають границю відношення приросту функції $\Delta f(x_0)$ в точці x_0 до приросту аргументу Δx , коли приріст аргументу прямує до нуля, тобто

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Ряд задач диференціального числення був розв'язаний ще в давнину. В Давній Греції математики розглядали деякі окремі випадки розв'язання задач на знаходження максимальних і мінімальних значень функції та знаходження дотичних до кривих. Архімед побудував дотичну до спіралі, що носить його ім'я. Однак давньогрецькі вчені не змогли розв'язати задачу до кінця, тобто не