

Моторіна В. Г., Михайленко І. В.

**МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАВЧАННЯ
ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ МАЙБУТНІХ
ІНЖЕНЕРІВ-МЕХАНІКІВ ЗА МОДЕЛЮ ЗМІШАНОГО
НАВЧАННЯ**

(Навчальний посібник)

Моторіна В. Г., Михайленко І. В.

**МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАВЧАННЯ
ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ МАЙБУТНІХ
ІНЖЕНЕРІВ-МЕХАНІКІВ ЗА МОДЕЛЛЮ ЗМІШАНОГО
НАВЧАННЯ**

**Навчальний посібник для викладачів та магістрантів
вищих технічних навчальних закладів**

Харків 2016

УДК 517.2

ББК 22.161.6

М 69

Затверджено кафедрою математики Харківського національного педагогічного
університету імені Г. С. Сковороди
Протокол № 19 від 10.05 2016 р.

Рецензенти

Водолаженко О. В., канд. фізико-матем. наук, доц. кафедри математики,
(Харківський національний педагогічний університет
імені Г. С. Сковороди);

Ярхо Т. О., канд. техн. наук, доц. кафедри вищої математики,
(Харківський національний
автомобільно-дорожній університет).

Моторіна В. Г., Михайленко І. В.

Методичне забезпечення навчання диференціальних рівнянь майбутніх
інженерів-механіків. Навчальний посібник для викладачів та магістрантів ВТНЗ. –
Х.: ХНПУ імені Г. С. Сковороди, 2016, – 76 с.

Посібник містить матеріал для організації методичного забезпечення навчання
диференціальних рівнянь за моделлю змішаного навчання в вищих технічних
навчальних закладах згідно вимог кредитно-трансферної системи навчання. У
посібнику подано спеціальні математичні компетентності в контексті
диференціальних рівнянь, структури моделей студента, викладача та змістового
модуля «Диференціальні рівняння». Представлено структури основних підручників,
виокремлено внутрішньопредметні та міжпредметні зв'язки диференціальних
рівнянь, наведено завдання для вхідного контролю знань студентів, а також
прикладі професійно спрямованих задач з евристичними підказками для
розв'язування на практичних заняттях, розроблено робочу навчальну програму
змістового модуля «Диференціальні рівняння».

© Моторіна В. Г.,
Михайленко І. В., 2016

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1. Спеціальна математична компетентність в контексті диференціальних рівнянь.....	5
2. Структура предметної математично-компетентнісної моделі студента (ПМКМС).....	9
3. Структура компетентнісної моделі викладача (КМВ).....	22
4. Структура предметної моделі модуля «Диференціальні рівняння» (ПММДР).....	29
5. Структури основних підручників, що пропонуються до модуля «Диференціальні рівняння».....	33
6. Внутрішньопредметні зв'язки теми «Диференціальні рівняння».....	35
7. Міжпредметні зв'язки теми «Диференціальні рівняння» із спеціальними дисциплінами навчального курсу інженерів-механіків.....	36
8. Зразок контрольної роботи для визначення рівня навченості студентів першого курсу	38
9. Завдання для вхідного модульного контролю до вивчення модуля «Диференціальні рівняння»	39
10. Диференційовані завдання до лекції з теми «Диференціальні рівняння першого порядку. Основні поняття. Рівняння з відокремлюваними змінними» для різних типологічних груп студентів.....	40
11. Математичний диктант.....	41
12. Запитання для актуалізації базових знань.....	43
13. Приклади задач з евристичними підказками для розв'язування на практичних заняттях.....	44
14. Приклад професійно-спрямованої задачі з евристичними підказками для набуття навичок моделювання професійної діяльності інженера-механіка (ситуаційна вправа).....	46
15. Приклади розв'язування геометричних, фізичних та хімічних задач (ситуаційні вправи).....	47
16. Структурно-логічна схема тесту з модуля «Диференціальні рівняння»....	52
17. Типи завдань для перевірки знань студентів з теми "Диференціальні рівняння", за рівнями засвоєння.....	53
18. Структура дистанційного курсу «Диференціальні рівняння».....	55
19. Робоча навчальна програма модуля «Диференціальні рівняння», розроблена на засадах компетентнісного підходу.....	59
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	74

ВСТУП

На сучасному етапі розвитку суспільства все більше відчутною стає нестача у кваліфікованих інженерних кадрах, зокрема інженерів-механіків. Тому зараз діячі освіти і науки приділяють значну увагу підготовці фахівців технічного профілю. Сучасні вимоги щодо підготовки спеціалістів вищих навчальних закладів передбачають організацію навчально-методичного забезпечення згідно з вимогами кредитно-трансферної системи навчання. Удосконалення навчального процесу, підвищення якості підготовки фахівців у нових умовах розвитку технічних вищих навчальних закладів вимагають ґрунтовної математичної підготовки. Особливу роль у математичній підготовці майбутніх фахівців технічного профілю відіграє тема «Диференціальні рівняння» щодо їх застосування у вивченні багатьох спеціальних дисциплін. Важливе місце в процесі формування інженера-механіка, зорієнтованого на особистісний та професійний саморозвиток і творчу працю, належить методичним питанням навчання студентів технічних ВНЗ розв'язуванню диференціальних рівнянь, як складника його професійної діяльності.

Часто знання з математики майбутніх інженерів носять формальний характер, не відповідають потребам спеціальних дисциплін і загальному рівневі підготовки сучасного фахівця. Однією з головних причин цих недоліків є недосконалість методичної системи навчання вищої математики та навчально-методичного забезпечення в технічних вищих навчальних закладах.

Навчальний посібник пропонується для викладачів та магістрантів технічних ВНЗ для реалізації навчання диференціальних рівнянь за моделлю змішаного навчання та може бути використаний як під час лекційних і практичних занять, так і для самостійної діяльності.

1. Спеціальна математична компетентність в контексті диференціальних рівнянь

Таблиця 1

Складові компетентності	Опис складової компетентності
1	2
Знання	❖ формулювати означення, виводити наслідки із належності до поняття, підводити під поняття: – диференціальних рівнянь, звичайних диференціальних рівнянь і рівнянь у частинних похідних, – розв'язок диференціального рівняння, загальний і частинний розв'язки диференціального рівняння; – початкових значень і початкових умов; – інтегральної кривої; – загального інтегралу; – особливих точок і особливих розв'язків диференціального рівняння; – диференціального рівняння з відокремлюваними змінним; – однорідного і лінійного диференціального рівняння; – диференціального рівняння в повних диференціалах; – лінійного однорідного і лінійного неоднорідного диференціального рівняння; – лінійної залежності та незалежності розв'язків диференціального рівняння; – лінійного однорідного та неоднорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами; – характеристичного рівняння, відповідного лінійному однорідному диференціальному рівнянню другого порядку зі сталими коефіцієнтами; – інтегрованого множника; – системи диференціальних рівнянь; – нормальної і лінійної системи диференціальних рівнянь; – розв'язку, загального і частинного розв'язків системи диференціальних рівнянь; ❖ мати уявлення про: – порядок диференціального рівняння та їх системи; – рівняння Бернуллі, Лагранжа, Клеро; ❖ розуміти суть та формулювати теореми: – про існування єдиного розв'язку задачі Коші; – про структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами; – про загальний вигляд розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами; – про принцип суперпозиції;

1	2
Знання	❖ знати: – типи і види диференціальних рівнянь; – підстановки для розв’язування однорідного і лінійного диференціального рівняння першого порядку; – підстановки для розв’язування диференціальних рівнянь другого порядку, що допускають зниження порядку. ❖ розуміти та використовувати для розв’язування диференціальних рівнянь та їх систем: – метод Бернуллі; – метод Лагранжа; – принцип суперпозиції; – метод виключення (для систем); – матричний метод (для систем).
Уміння та навички	❖ класифікувати: – диференціальні рівняння за типами; – диференціальні рівняння за видами; – диференціальні рівняння та їх системи за порядком. ❖ визначати: – тип диференціального рівняння; – вид диференціального рівняння; – порядок диференціального рівняння; – структуру загального розв’язку лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами; – загальний вигляд розв’язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. ❖ складати: – характеристичне рівняння лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами; – загальний розв’язку лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами; – частинний розв’язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами; – загальний розв’язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами; – матричне рівняння за виглядом системи диференціальних рівнянь; – загальний розв’язок системи диференціальних рівнянь;

1	2
Уміння та навички	❖ знаходити: – загальний і частинний розв’язки диференціальних рівнянь та їх систем; – загальний розв’язок лінійних однорідних рівнянь другого порядку зі сталими коефіцієнтами; – фундаментальну систему розв’язків лінійного однорідного диференціального рівняння; – загальний розв’язок лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь другого порядку зі сталими коефіцієнтами із спеціальною правою частиною; ❖ зводити: – диференціальні рівняння до однорідних або лінійних; – задачі до диференціальних рівнянь; – систему диференціальних рівнянь до одного (однорідного, неоднорідного) диференціального рівняння другого порядку. ❖ розв’язувати професійно-спрямовані задачі – на встановлення залежності температури від часу, між пройденим шляхом і часом, маси речовини від часу, атмосферного тиску від висоти над рівнем моря; ❖ – на знаходження швидкості тіла, закону руху тіла; ❖ інтегрувати диференціальні рівняння ❖ будувати: – інтегральні криві, що є розв’язком диференціальних рівнянь; – сім’ю кривих, які задовольняють початкові умови. ❖ записувати: – диференціальні рівняння множин кривих; – характеристичне рівняння лінійного однорідного рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами; – загальний розв’язок лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами в залежності від коренів характеристичного рівняння; – загальний розв’язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами; ❖ працювати з інтерактивними засобами: – математичними програмами; – дистанційним курсом; – електронною бібліотекою; – Internet ресурсами;
Ставлення	❖ самореалізація у процесі навчання диференціальних рівнянь: – виконання творчого індивідуального розрахунково-графічного завдання; – участь у математичних вікторинах, конференціях; – участь у розробці навчально-методичного забезпечення;

1	2
Ставлення	❖ здатність встановлювати внутрішньопредметні зв'язки з: – лінійною алгеброю; – векторною алгеброю; – аналітичною геометрією; – диференціальним численням; – інтегральним численням тощо. ❖ здатність встановлювати міжпредметні зв'язки з: – загальною фізикою; – теоретичною механікою; – загальною хімією; – механікою рідин та газів; – гідравлікою, гідро- та пневмоприводами тощо.
Наявність досвіду	❖ математика-дослідника (дослідження математичних моделей, що описують реальні фізичні процеси, проведення експериментальних обчислень засобами диференціальних рівнянь); ❖ користувача ПК (проходження комп'ютерного тестування); ❖ будівельника (побудова математичних моделей фізичних явищ засобами диференціальних рівнянь, побудова графіків функціональних залежностей, дослідження їх властивості; розуміння фізичних процесів, що відбуваються при отриманні та експлуатації будівельних матеріалів та конструкцій); ❖ організатора (визначення мети власної діяльності, її планування та доведення до завершення; організація пар та малих груп студентів для виконання творчого проекту); ❖ менеджера (оцінювання шансів настання тих чи інших подій, міру ризику прийняття того чи іншого рішення; вибір оптимального рішення диференціального рівняння; передбачення очікуваних результатів).

2. Структура предметної математично-компетентнісної моделі студента (ПМКМС)

Семантичний компонент ПМКМС

СК.1. Основні загальні поняття і означення.

СК.1.1. Диференціальним рівнянням називають рівняння, що має вигляд: $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$, яке пов'язує між собою незалежні змінні, їх функцію і похідні (диференціали) цієї функції.

СК.1.2. Диференціальне рівняння називається звичайним, якщо воно містить лише одну незалежну змінну x . **(1.1)**

СК.1.3. Звичайне диференціальне рівняння має вигляд $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$. **(1.1, 1.2)**

СК. 1.4. Диференціальне рівняння, яке має вигляд: $F(x, y, \dots, z', z'', \dots, z^{(n)}) = 0$, називається рівнянням в частинних похідних, якщо воно містить дві або більше незалежних змінних. **(1.1)**

СК.1.5. Порядок диференціального рівняння визначається найвищим порядком похідної, що містить це рівняння. **(1.1)**

СК.1.6. Розв'язком диференціального рівняння називається така диференційована функція $y = \varphi(x)$, яка при підстановці в рівняння замість невідомої функції обертає його в тотожність. **(1.1)**

СК.1.7. Загальним розв'язком диференціального рівняння називається такий його розв'язок $y = \varphi(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$, що містить стільки незалежних довільних сталих $C_1, C_2, \dots, C_n$, який порядок цього рівняння. **(1.1, 1.6)**

СК.1.8. Загальний розв'язок диференціального рівняння має вигляд $y = \varphi(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$. **(1.1, 1.6, 1.7)**

СК. 1.9. Побудований на площині xOy графік будь-якого розв'язку $y = \varphi(x)$ диференціального рівняння називається інтегральною кривою. **(1.1, 1.6)**

СК.1.10. Умови $y = y_0$ при $x = x_0$ називаються початковими умовами.

СК.1.11. Числа y_0, x_0 називаються початковими значеннями. **(1.10)**

СК.1.12. Будь-який розв'язок $y = \varphi(x)$ диференціального рівняння, який одержуємо із загального розв'язку при фіксованих значеннях довільних сталих, що в нього входять, називається частинним розв'язком цього диференціального рівняння за заданих початкових умов. **(1.6, 1.7)**

СК.1.13. Задача знаходження частинного розв'язку $y = \varphi(x)$ диференціального рівняння $y' = f(x, y)$, що задовольняє початкові умови: $y = y_0$ при $x = x_0$, називається задачею Коші. **(1.10, 1.11, 1.12)**

СК.1.14. Процес відшукування розв'язків диференціального рівняння називається інтегруванням диференціального рівняння. **(1.1, 1.6)**

СК.1.15. Розв'язок диференціального рівняння, що знайдено в неявній формі $\Phi(x, y, C_1, C_2, \dots, C_n) = 0$ називається загальним інтегралом цього рівняння. **(1.1, 1.6)**

СК.1.16. Якщо функція $f(x, y)$ неперервна в області D і має в цій області неперервну частинну похідну $\frac{\partial f}{\partial y}$, то через кожну точку $(x, y) \in D$ цієї області проходить інтегральна крива і до того ж тільки одна, тобто існує єдиний розв'язок диференціального рівняння $y = \varphi(x)$, що задовольняє початкові умови $y = y_0$ при $x = x_0$. **(1.6, 1.9, 1.10, 1.13)**

СК.2. Диференціальні рівняння першого порядку.

СК.2.1. Звичайним диференціальним рівнянням першого порядку називається рівняння, що пов'язує між собою незалежну змінну x , шукану функцію y і її похідну I-го порядку по x . **(1.1, 1.2, 1.5)**

СК.2.2. Звичайне диференціальне рівняння першого порядку має вигляд $F(x, y, y') = 0$. **(1.1, 1.2, 2.1)**

СК.2.3. Точки, в яких порушується єдиність розв'язків диференціального рівняння, називаються *особливими*. **(1.6, 1.16)**

СК.2.4. Розв'язок диференціального рівняння називається *особливим*, якщо всі точки цього розв'язку особливі. **(1.6, 2.3)**

СК.2.5. Диференціальне рівняння, в якому коефіцієнт при dx є функція, залежна тільки від змінної x , а коефіцієнт при dy є функція, залежна тільки від змінної y , називається *диференціальним рівнянням з відокремленими змінними*. **(1.1)**

СК.2.6. Диференціальне рівняння з відокремленими змінними має вигляд: $f_1(x)dx + f_2(y)dy = 0$. **(2.5)**

СК.2.7. Диференціальне рівняння з відокремлюваними змінними має вигляд: $f_1(x)\varphi_1(y)dx + f_2(x)\varphi_2(y)dy = 0$. **(1.1)**

СК.2.8. Функція $f(x, y)$ називається *однорідною n -го виміру*, якщо при заміні x на λx , а y на λy виконується співвідношення $f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n f(x, y)$.

СК.2.9. При $n = 0$ у співвідношенні $f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n f(x, y) \Rightarrow f(\lambda x, \lambda y) = f(x, y)$ і функція $f(x, y)$ є *однорідною функцією нульового виміру*. **(2.8)**

СК.2.10. Диференціальне рівняння першого порядку називається *однорідним*, якщо функції $P(x, y)$ і $Q(x, y)$ – однорідні функції одного виміру. **(2.8, 2.9)**

СК.2.11. *Однорідне* диференціальне рівняння першого порядку має вигляд: $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$. **(2.10)**

СК.2.12. Для розв'язування однорідного диференціального рівняння першого порядку використовується підстановка: $y = tx \Rightarrow t = \frac{y}{x}$; $y' = t'x + t$. **(2.10, 2.11)**

СК.2.13. Диференціальне рівняння $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$, де $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$, називається *рівнянням у повних диференціалах*, якщо його ліва частина є повним диференціалом деякої функції $u(x, y)$. **(1.1)**

СК.2.14. Рівняння у повних диференціалах має вигляд:
 $P(x,y)dx + Q(x,y)dy = du$. (2.13)

СК.2.15. Функцію $u(x,y)$ при розв'язуванні рівняння в повних диференціалах

можна знайти за формулою: $u(x,y) = \int_{x_0}^x P(x,y)dx + \int_{y_0}^y Q(x_0,y)dy$. (2.13, 2.14)

СК.2.16. Диференціальне рівняння вигляду $y' + P(x)y = Q(x)$, що містить y і y' в першому ступені, які не перемножуються між собою називається *лінійним диференціальним рівнянням першого порядку*. (1.1, 2.1)

СК.2.17. Рівняння вигляду $y' + P(x)y = Q(x)$, де $P(x)$ і $Q(x)$ ($Q(x) \not\equiv 0$) – неперервні функції змінної x , називається *лінійним неоднорідним*. (2.16)

СК.2.18. Рівняння вигляду $y' + P(x)y = 0$ ($Q(x) \equiv 0$) називається *лінійним однорідним або лінійним без правої частини*. (2.16)

СК.2.19. Загальний розв'язок неоднорідного лінійного рівняння можна знайти виходячи з загального розв'язку відповідного однорідного рівняння методом Лагранжа. (1.7, 2.17, 2.18)

СК.2.20. Лінійні рівняння першого порядку можна інтегрувати методом Бернуллі за допомогою підстав ноки: $y = uv$; $y' = u'v + uv'$. (1.14, 2.1, 2.16)

СК.2.21. Лінійне неоднорідне рівняння вигляду $y' + P(x)y = Q(x)y^\alpha$ називається *рівнянням Бернуллі*. (2.16, 2.17)

СК.2.22. Диференціальне рівняння першого порядку, лінійне відносно x і y , коефіцієнтами якого є функції від y' називається *рівнянням Лагранжа*. (2.1, 2.16)

СК.2.23. Рівняння Лагранжа має вигляд: $P(y')x + Q(y')y + R(y') = 0$. (2.22)

СК.2.24. Частинний випадок рівняння Лагранжа називається *рівнянням Клеро*. (2.22, 2.23)

СК.2.25. Рівняння Клеро має вигляд: $y = xu' + \varphi(y')$. (2.24)

СК.3. Диференціальні рівняння вищих порядків.

СК.3.1. Диференціальним рівнянням n -го порядку називається рівняння вигляду $F(x, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$, де x – аргумент, y – невідома функція. (1.1, 1.5)

СК.3.2. Задача Коші для диференціального рівняння n -го порядку полягає в знаходженні розв'язку даного рівняння, що при заданому значенні аргументу $x = x_0$ набуває заданого значення $y_0, y'_0, y''_0, \dots, y_0^{(n-1)}$. (1.10, 1.11, 1.13, 3.1)

СК.3.3. Геометрично задача Коші для диференціального рівняння n -го порядку формулюється так: серед усіх інтегральних кривих даного диференціального рівняння виділити ту, що проходить через наперед задану точку (x_0, y_0) і для якої при $x = x_0$ мають місце рівності $y'(x_0) = y'_0, y''(x_0) = y''_0, \dots, y^{(n-1)}(x_0) = y_0^{(n-1)}$. (1.9, 1.11, 3.1, 3.2)

СК.3.4. Розв'язок задачі Коші називається *частинним розв'язком* диференціального рівняння n -го порядку. (1.12, 1.13, 3.1, 3.2)

СК.3.5. Лінійним неоднорідним диференціальним рівнянням n -го порядку називається рівняння виду:

$$y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + a_2(x)y^{(n-2)} + \dots + a_{n-1}(x)y' + a_n(x)y = f(x). \quad (2.16, 2.17, 3.1)$$

СК.3.6. Лінійним однорідним диференціальним рівнянням n -го порядку називається рівняння виду:

$$y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + a_2(x)y^{(n-2)} + \dots + a_{n-1}(x)y' + a_n(x)y = 0. \quad (2.16, 2.18, 3.1)$$

СК.4. Диференціальні рівняння другого порядку.

СК.4.1. Диференціальним рівнянням другого порядку називається рівняння виду $F(x, y, y', y'') = 0$, де x – аргумент, y – невідома функція. **(1.1, 1.5)**

СК.4.2. Задача Коші для диференціального рівняння другого порядку полягає в знаходженні розв'язку даного рівняння, що при заданому значенні аргументу $x = x_0$ набуває заданого значення y_0, y'_0 , тобто задовольняє початкові умови $y|_{x=x_0} = y_0, y'|_{x=x_0} = y'_0$. **(1.6, 1.10, 1.11, 4.1)**

СК.4.3. Геометрично задача Коші для диференціального рівняння другого порядку формулюється так: серед усіх інтегральних кривих даного диференціального рівняння виділити ту, що приходить через наперед задану точку (x_0, y_0) і задовольняє умові $y'(x_0) = y'_0$ або $y(x_0) = y_0$. **(1.6, 1.10, 1.11, 1.13, 4.1, 4.2)**

СК.4.4. Розв'язок задачі Коші називається *частинним розв'язком* диференціального рівняння другого порядку. **(1.12, 1.13, 4.1)**

СК.4.5. Функція $y = f(x, C_1, C_2)$, де C_1, C_2 – довільні сталі, називається *загальним розв'язком* диференціального рівняння другого порядку в деякій області D на площині xOy , якщо за будь-яких значень C_1, C_2 ця функція може перетворюватися на частинний розв'язок, що належить області D . **(1.7, 1.12, 4.4)**

СК.4.6. Рівняння $\Phi(x, y, C_1, C_2) = 0$ називається *загальним інтегралом* диференціального рівняння другого порядку в області D , якщо за відповідного вибору значень C_1, C_2 воно визначає будь-яку інтегральну криву, що проходить в області D . **(1.9, 1.15, 4.1)**

СК.4.7. Загальний розв'язок диференціального рівняння виду $y'' = f(x)$ можна одержати за допомогою двох послідовних інтегрувань. **(4.5)**

СК.4.8. Диференціальне рівняння другого порядку, що не містить невідомої функції y має вигляд: $F(x, y', y'') = 0$. **(4.1)**

СК.4.9. Для розв'язання диференціального рівняння другого порядку, що не містить невідомої функції y використовуємо підстановку: $z(x) = y'; z' = y''$. **(4.1, 4.8)**

СК.4.10. Диференціальне рівняння другого порядку, що не містить в явному вигляді незалежну змінну x має вигляд: $F(y, y', y'') = 0$. **(4.1)**

СК.4.11. Для розв'язання диференціального рівняння другого порядку, що не містить в явному вигляді незалежну змінну x використовуємо підстановку:

$$y' = p(y), \quad y'' = \frac{d(y')}{dx} = \frac{dp}{dy} \cdot y' = p \frac{dp}{dy}. \quad (4.1, 4.10)$$

СК.4.12. Лінійним диференціальним рівнянням другого порядку називається рівняння виду $A(x)y'' + B(x)y' + C(x)y + D(x) = 0$, де $A(x), B(x), C(x), D(x)$ – задані неперервні функції. (4.1)

СК.4.13. Рівняння виду $y'' + P(x)y' + Q(x)y = 0$ називається лінійним однорідним диференціальним рівнянням другого порядку. (4.1, 4.12)

СК.4.14. Два розв'язки y_1 і y_2 називаються лінійно залежними, якщо можна підібрати сталі числа a_1 і a_2 , що не дорівнюють нулю одночасно, такі, що лінійна комбінація цих функцій тотожно дорівнює нулю: $a_1 y_1 + a_2 y_2 \equiv 0$. (4.5)

СК.4.15. Розв'язки y_1 і y_2 лінійного однорідного диференціального рівняння II-го порядку лінійно залежні тоді і тільки тоді, якщо вони пропорційні: $y_2 = \lambda y_1$. (4.12, 4.13, 4.14)

СК.4.16. Розв'язки y_1 та y_2 лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку лінійно незалежні, якщо їх відношення не є сталою величиною: $y_2 \neq \lambda y_1$. (4.1, 4.12)

СК.4.17. Якщо $y_1(x)$ і $y_2(x)$ розв'язки однорідного диференціального рівняння другого порядку, то й $y_1 + y_2$ та λy_1 також є розв'язками цього рівняння. (4.12, 4.13)

СК.4.18. Якщо $y_1(x)$ та $y_2(x)$ – лінійно незалежні частинні розв'язки лінійного однорідного рівняння другого порядку, то загальним розв'язком рівняння є лінійна комбінація цих частинних розв'язків, тобто $y = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x)$, де C_1 та C_2 – довільні сталі. (4.5, 4.13, 4.16)

СК.4.19. Рівняння виду $y'' + py' + qy = 0$, де p та q – сталі коефіцієнти, називається лінійним однорідним рівнянням другого порядку (ЛОДР) зі сталими коефіцієнтами. (4.12, 4.13)

СК.4.20. Розв'язки ЛОДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами $y'' + py' + qy = 0$ знаходимо у вигляді $y = e^{kx}$. (4.19)

СК.4.21. Квадратне рівняння $k^2 + pk + q = 0$, із якого можна визначити число k , називається характеристичним рівнянням лінійного однорідного рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами. (4.19)

СК.4.22. Фундаментальною системою розв'язків (ФСР) лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку (ЛОДР) $y'' + py' + qy = 0$ називається сукупність двох лінійно незалежних розв'язків $y_1(x)$ і $y_2(x)$. (4.16, 4.18, 4.19)

СК.4.23. Якщо корені характеристичного рівняння дійсні і різні, тобто $k_1 \neq k_2$, то загального розв'язку ЛОДР має вигляд: $y_{3.o.} = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$. (4.19, 4.20, 4.21)

СК.4.24. Якщо корені характеристичного рівняння дійсні і кратні, тобто $k_1 = k_2$, то загального розв'язку ЛОДР має вигляд: $y_{з.о.} = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_1 x}$. (4.19, 4.20, 4.21)

СК.4.25. Якщо корені характеристичного рівняння комплексно-спряжені, тобто $k_{1,2} = \alpha \pm \beta i$, то загального розв'язку ЛОДР має вигляд: $y_{з.о.} = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$. (4.19, 4.20, 4.21)

СК.4.26. Рівняння вигляду $y'' + P(x)y' + Q(x)y = f(x)$ називається *лінійним неоднорідним диференціальним рівнянням другого порядку (ЛНДР)*, якщо $f(x) \neq 0$. (4.1)

СК.4.27. Для неоднорідних лінійних рівнянь мають місце теореми, за допомогою яких знаходять їхні загальні розв'язки. (4.26)

СК.4.28. Якщо відомий будь-який частинний розв'язок $y_{ч.н.}$ неоднорідного рівняння $y'' + py' + qy = f(x)$, то його загальний розв'язок $y_{з.н.}$ є сумою загального розв'язку $y_{з.о.}$ відповідного рівняння $y'' + py' + qy = 0$ і частинного розв'язку $y_{ч.н.}$, тобто $y_{з.н.} = y_{з.о.} + y_{ч.н.}$. (4.18, 4.26)

СК.4.29. Якщо $y_{1\ ч.н.}$ – частинний розв'язок неоднорідного рівняння $y'' + py' + qy = f_1(x)$, а $y_{2\ ч.н.}$ – частинний розв'язок неоднорідного рівняння $y'' + py' + qy = f_2(x)$, то $y_{1\ ч.н.} + y_{2\ ч.н.}$ є частинним розв'язком неоднорідного рівняння $y'' + py' + qy = f_1(x) + f_2(x)$. (4.18, 4.26, 4.28)

СК.4.30. Якщо права частина неоднорідного рівняння $y'' + py' + qy = f(x)$ має вигляд $f(x) = e^{\alpha x} (P_n(x) \cos \beta x + \bar{P}_m(x) \sin \beta x)$ таке рівняння називається *неоднорідним диференціальним рівнянням (ЛНДР) другого порядку другого порядку зі сталими коефіцієнтами із спеціальною правою частиною*. (4.26)

СК.4.31. Якщо права частина ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами має вигляд $P_m(x)$ і число 0 не є коренем характеристичного рівняння, тоді частинний розв'язок має вигляд $Q_m(x)$. (4.21, 4.30)

СК.4.32. Якщо права частина ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами має вигляд $P_m(x)$ і число 0 є коренем характеристичного рівняння кратності s , тоді частинний розв'язок має вигляд $x^s Q_m(x)$. (4.21, 4.30)

СК.4.33. Якщо права частина ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами має вигляд $P_m(x) e^{\alpha x}$ (α – дійсне) і число α не є коренем характеристичного рівняння, тоді частинний розв'язок має вигляд $Q_m(x) e^{\alpha x}$. (4.21, 4.30)

СК.4.34. Якщо права частина ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами має вигляд $P_m(x) e^{\alpha x}$ (α – дійсне) і число α є коренем характеристичного рівняння кратності s , тоді частинний розв'язок має вигляд $x^s Q_m(x) e^{\alpha x}$. (4.21, 4.30)

СК.4.35. Якщо права частина ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами має вигляд $P_n(x) \cos \beta x + \bar{P}_m(x) \sin \beta x$ числа $\pm \beta i$ не є коренями

характеристичного рівняння, тоді частинний розв'язок має вигляд $Q_l(x)\cos \beta x + \bar{Q}_l(x)\sin \beta x$, де $l = \max(n, m)$. **(4.21, 4.30)**

СК.4.36. Якщо права частина ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами має вигляд $P_n(x)\cos \beta x + \bar{P}_m(x)\sin \beta x$ і числа $\pm \beta i$ є коренями характеристичного рівняння кратності s (оскільки корені комплексно спряжені, то їх кратність підраховується парами), тоді частинний розв'язок має вигляд $x^s(Q_l(x)\cos \beta x + \bar{Q}_l(x)\sin \beta x)$, де $l = \max(n, m)$. **(4.21, 4.30)**

СК.4.37. Якщо права частина ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами має вигляд $e^{\alpha x}(P_n(x)\cos \beta x + \bar{P}_m(x)\sin \beta x)$ числа $\alpha \pm \beta i$ не є коренями характеристичного рівняння, тоді частинний розв'язок має вигляд $e^{\alpha x}(Q_l(x)\cos \beta x + \bar{Q}_l(x)\sin \beta x)$, де $l = \max(n, m)$. **(4.21, 4.30)**

СК.4.38. Якщо права частина ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами має вигляд $e^{\alpha x}(P_n(x)\cos \beta x + \bar{P}_m(x)\sin \beta x)$ і числа $\alpha \pm \beta i$ є коренями характеристичного рівняння кратності s (оскільки корені комплексно спряжені, то їх кратність підраховується парами), тоді частинний розв'язок має вигляд $x^s e^{\alpha x}(Q_l(x)\cos \beta x + \bar{Q}_l(x)\sin \beta x)$, де $l = \max(n, m)$. **(4.21, 4.30)**

СК.4.39. Якщо права частина ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами довільного вигляду застосовується метод варіації довільних сталих, тобто *метод Лагранжа*. **(4.26)**

СК.4.40. Сутність методу Лагранжа для ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами і правою частиною довільного вигляду полягає в тому, що для відповідного однорідного рівняння $y'' + py' + qy = 0$ записують загальний розв'язок $y_{з.о.} = C_1 y_1 + C_2 y_2$. Розв'язок неоднорідного рівняння $y'' + py' + qy = f(x)$ знаходимо у вигляді $y_{з.н.} = C_1(x) y_1 + C_2(x) y_2$. **(4.13, 4.26, 4.39)**

СК.4.41. Невідомі функції $C_1(x)$ і $C_2(x)$, за методом Лагранжа, знаходять із

$$\text{системи рівнянь } \begin{cases} C_1'(x) y_1 + C_2'(x) y_2 = 0, \\ C_1'(x) y_1' + C_2'(x) y_2' = f(x). \end{cases} \quad \textbf{(4.39, 4.40)}$$

СК.5. Системи диференціальних рівнянь.

СК.5.1. Системою диференціальних рівнянь називається сукупність диференціальних рівнянь, кожне з яких містить незалежну змінну, шукані функції та їх похідні. **(1.1)**

СК.5.2. Нормальною системою диференціальних рівнянь називається система рівнянь вигляду

$$\left. \begin{aligned} y_1' &= f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n), \\ y_2' &= f_2(x, y_1, y_2, \dots, y_n), \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ y_n' &= f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n). \end{aligned} \right\} \quad \textbf{(5.1)}$$

СК.5.3. Порядком нормальної системи диференціальних рівнянь називається число рівнянь, яке дорівнює числу невідомих функцій. (5.2)

СК.5.4. Система диференціальних рівнянь називається лінійною, якщо праві частини нормальної системи диференціальних рівнянь є лінійними функціями відносно $x, y_1, y_2, \dots, y_n$. (5.1, 5.2)

СК.5.5. Розв'язком системи лінійних диференціальних рівнянь (ЛДР) називається сукупність n функцій $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$, що задовольняють всім рівнянням системи. (5.2, 5.4)

СК.5.6. Загальним розв'язком системи лінійних диференціальних рівнянь (ЛДР) є розв'язок, що задовольняє початковим умовам: $y_1 = y_{10}, y_2 = y_{20}, \dots, y_n = y_{n0}$ при $x = x_0$, де $y_{10} = C_1, y_{20} = C_2, \dots, y_{n0} = C_n$, де C_i – довільні сталі. (1.10, 5.2, 5.4)

СК.5.7. Частинним розв'язком системи лінійних диференціальних рівнянь (ЛДР) називається розв'язок, $y_1 = y_{10}, y_2 = y_{20}, \dots, y_n = y_{n0}$ при $x = x_0$, де $x_0, y_{10}, y_{20}, \dots, y_{n0}$ – задані числа. (1.10, 5.2, 5.4)

СК.5.8. Розв'язок нормальної системи диференціальних рівнянь можна шукати за допомогою методу виключення змінних. (5.2, 5.6)

СК.5.9. Методом виключення $(n-1)$ невідомих функцій система диференціальних рівнянь зводиться до диференціального рівняння n -го порядку відносно однієї невідомої функції. (5.2, 5.6, 5.8)

СК.5.10. Розв'язок лінійних однорідних систем диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами можна шукати матричним методом. (5.2, 5.4, 5.6)

СК.5.11. Матричний метод розв'язування лінійних однорідних систем диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами зводить систему до одного матричного диференціального рівняння. (1.1, 5.1)

СК.5.12. Розв'язок системи лінійних однорідних диференціальних рівнянь, розв'язаних матричним методом отримуємо у матричній формі. (5.1, 5.5, 5.10, 5.11)

Діяльнісний компонент ПМКМС

ДК. 1. Визначати.

ДК.1.1. Визначати диференціальне рівняння.

ДК.1.2. Визначати порядок диференціального рівняння.

ДК.1.3. Визначати тип диференціального рівняння.

ДК.1.4. Визначати загальний розв'язок диференціального рівняння.

ДК.1.5. Визначати частинний розв'язок диференціального рівняння.

ДК.1.6. Визначати початкові умови задачі Коші.

ДК.1.7. Визначати однорідну функцію.

ДК.1.8. Визначати лінійність диференціального рівнянням.

ДК.1.9. Визначати рівняння в повних диференціалах.

ДК.1.10. Визначати інтегральну криву диференціального рівняння.

ДК.1.11. Визначати лінійну незалежності розв'язків ЛОДР другого порядку.

ДК.1.12. Визначати характеристичне рівняння для ЛОДР другого порядку.

ДК.1.13. Визначати фундаментальну систему розв'язків ЛОДР другого порядку.

ДК.1.14. Визначати загальний вигляд розв'язку ЛНДР другого порядку.

ДК.1.15. Визначати вигляд частинного розв'язку ЛНДР другого порядку.

- ДК.1.16. Визначати системи диференціальних рівнянь.
- ДК.1.17. Визначати нормальні системи диференціальних рівнянь.
- ДК.1.18. Визначати лінійність системи диференціальних рівнянь.
- ДК.1.19. Визначати порядок нормальної системи диференціальних рівнянь.
- ДК.1.20. Визначати розв'язок системи диференціальних рівнянь.
- ДК.1.21. Визначати загальний розв'язок системи диференціальних рівнянь.
- ДК.1.22. Визначати частинний розв'язок системи диференціальних рівнянь.
- ДК.1.23. Визначати метод відшукування розв'язку нормальної системи диференціальних рівнянь.

ДК.2. Визначати, чи є об'єкт об'єктом даного типу.

- ДК.2.1. Визначати, чи є рівняння диференціальним.
- ДК.2.2. Визначати, чи є рівняння звичайним диференціальним рівнянням.
- ДК.2.3. Визначати, чи є функція розв'язком диференціального рівняння.
- ДК.2.4. Визначати, чи є розв'язок диференціального рівняння загальним.
- ДК.2.5. Визначати, чи є розв'язок диференціального рівняння частинним.
- ДК.2.6. Визначати, чи є умови початковими умовами задачі Коші.
- ДК.2.7. Визначати, чи є функція однорідною.
- ДК.2.8. Визначати, чи є диференціальне рівняння однорідним.
- ДК.2.9. Визначати, чи є диференціальне рівняння лінійним.
- ДК.2.10. Визначати, чи є диференціальне рівняння рівнянням в повних диференціалах.
- ДК.2.11. Визначати, чи є інтегральна крива кривою, що задовольняє початкові умови.
- ДК.2.12. Визначати, чи є розв'язки ЛОДР другого порядку лінійно незалежними.
- ДК.2.13. Визначати, чи є рівняння характеристичним рівнянням для ЛОДР другого порядку.
- ДК.2.14. Визначати, чи є розв'язки ЛОДР II-го порядку фундаментальною системою розв'язків.
- ДК.2.15. Визначати, чи є розв'язок ЛНДР другого порядку розв'язком загального вигляду.
- ДК.2.16. Визначати частинний розв'язок ЛНДР другого порядку відповідного вигляду.
- ДК.2.17. Визначати, чи є система рівнянь системою диференціальних рівнянь.
- ДК.2.18. Визначати, чи є система диференціальних рівнянь нормальною системою диференціальних рівнянь.
- ДК.2.19. Визначати, чи є система диференціальних рівнянь лінійною.
- ДК.2.20. Визначати, чи є функції розв'язком системи диференціальних рівнянь.
- ДК.2.21. Визначати, чи є розв'язок системи диференціальних рівнянь загальним.
- ДК.2.22. Визначати, чи є розв'язок системи диференціальних рівнянь частинним.

ДК.3. Використовувати методи.

- ДК.3.1. Використовувати метод Бернуллі для розв'язування лінійних диференціальних рівнянь першого порядку.

ДК.3.2. Використовувати метод Лагранжа для розв'язування лінійних диференціальних рівнянь першого порядку і ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами.

ДК.3.3. Використовувати метод виключення змінних для розв'язування систем лінійних диференціальних рівнянь.

ДК.3.4. Матричний метод (видозмінений метод Ейлера) для розв'язування систем лінійних диференціальних рівнянь.

ДК.4. Використовувати теореми.

ДК.4.1. Використовувати теорему існування єдиного розв'язку задачі Коші.

ДК.4.2. Використовувати теорему про структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами.

ДК.4.3. Використовувати теорему про загальний вигляд розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами.

ДК.4.4. Використовувати теорему про принцип суперпозиції.

ДК.5. Записувати у символічному вигляді.

ДК.5.1. Записувати у символічному вигляді диференціальне рівняння.

ДК.5.2. Записувати у символічному вигляді звичайне диференціальне рівняння.

ДК.5.3. Записувати у символічному вигляді диференціальне рівняння в частинних похідних.

ДК.5.4. Записувати у символічному вигляді розв'язок диференціального рівняння.

ДК.5.5. Записувати у символічному вигляді загальний розв'язок диференціального рівняння.

ДК.5.6. Записувати у символічному вигляді частинний розв'язок диференціального рівняння.

ДК.5.7. Записувати у символічному вигляді рівняння інтегральної кривої.

ДК.5.8. Записувати у символічному вигляді початкові умови.

ДК.5.9. Записувати у символічному вигляді початкові значення.

ДК.5.10. Записувати у символічному вигляді інтеграл диференціального рівняння.

ДК.5.11. Записувати у символічному вигляді звичайне диференціальне рівняння першого порядку.

ДК.5.12. Записувати у символічному вигляді диференціальне рівняння з відокремленими змінними.

ДК.5.13. Записувати у символічному вигляді диференціальне рівняння з відокремлюваними змінними.

ДК.5.14. Записувати у символічному вигляді однорідну функцію n -го виміру.

ДК.5.15. Записувати у символічному вигляді однорідне диференціальне рівняння першого порядку.

ДК.5.16. Записувати у символічному вигляді лінійне диференціальне рівняння першого порядку.

ДК.5.17. Записувати у символічному вигляді лінійне неоднорідне диференціальне рівняння першого порядку.

- ДК.5.18.** Записувати у символічному вигляді лінійне однорідне диференціальне рівняння першого порядку.
- ДК.5.19.** Записувати у символічному вигляді рівняння в повних диференціалах.
- ДК.5.21.** Записувати у символічному вигляді рівняння Бернуллі.
- ДК.5.22.** Записувати у символічному вигляді рівняння Лагранжа.
- ДК.5.23.** Записувати у символічному вигляді рівняння Клеро.
- ДК.5.24.** Записувати у символічному вигляді диференціальне рівняння n -го порядку.
- ДК.5.25.** Записувати у символічному вигляді лінійне однорідне диференціальне рівняння n -го порядку.
- ДК.5.26.** Записувати у символічному вигляді лінійне неоднорідне диференціальне рівняння n -го порядку.
- ДК.5.27.** Записувати у символічному вигляді диференціальне рівняння другого порядку.
- ДК.5.28.** Записувати у символічному вигляді частинний розв'язок диференціального рівняння другого порядку.
- ДК.5.29.** Записувати у символічному вигляді загальний розв'язок диференціального рівняння другого порядку.
- ДК.5.30.** Записувати у символічному вигляді загальний інтеграл диференціального рівняння другого порядку.
- ДК.5.31.** Записувати у символічному вигляді лінійне диференціальне рівняння другого порядку.
- ДК.5.32.** Записувати у символічному вигляді лінійне однорідне диференціальне рівняння (ЛОДР) другого порядку.
- ДК.5.33.** Записувати у символічному вигляді лінійне неоднорідне диференціальне рівняння (ЛНДР) другого порядку.
- ДК.5.34.** Записувати у символічному вигляді розв'язки ЛОДР другого порядку.
- ДК.5.35.** Записувати у символічному вигляді загальний розв'язок ЛОДР другого порядку.
- ДК.5.36.** Записувати у символічному вигляді лінійне однорідне диференціальне рівняння другого порядку (ЛОДР) зі сталими коефіцієнтами.
- ДК.5.37.** Записувати у символічному вигляді характеристичне рівняння для ЛОДР другого порядку.
- ДК.5.38.** Записувати у символічному вигляді фундаментальну систему розв'язків (ФСР) ЛОДР другого порядку.
- ДК.5.39.** Записувати у символічному вигляді загальний розв'язок ЛНДР другого порядку.
- ДК.5.40.** Записувати у символічному вигляді систему диференціальних рівнянь.
- ДК.5.41.** Записувати у символічному вигляді нормальну систему диференціальних рівнянь.
- ДК.5.42.** Записувати у символічному вигляді порядок нормальної системи диференціальних рівнянь.
- ДК.5.43.** Записувати у символічному вигляді лінійну систему диференціальних рівнянь.
- ДК.5.44.** Записувати у символічному вигляді розв'язок системи лінійних диференціальних рівнянь.

- ДК.5.45.** Записувати у символічному вигляді загальний розв'язок системи лінійних диференціальних рівнянь.
- ДК.5.46.** Записувати у символічному вигляді частинний розв'язок системи лінійних диференціальних рівнянь.
- ДК.5.47.** Записувати у символічному вигляді систему лінійних диференціальних рівнянь у вигляді одного матричного диференціального рівняння.
- ДК.5.48.** Записувати у символічному вигляді розв'язок системи лінійних диференціальних рівнянь у матричній формі.

ДК.6. Застосовувати правила.

- ДК.6.1.** Застосовувати правило розпізнавання диференціального рівняння.
- ДК.6.2.** Застосовувати правило знаходження порядку диференціального рівняння.
- ДК.6.3.** Застосовувати правила визначення типу диференціального рівняння.
- ДК.6.4.** Застосовувати правила знаходження загального розв'язку диференціального рівняння.
- ДК.6.5.** Застосовувати правила знаходження частинного розв'язку диференціального рівняння.
- ДК.6.6.** Застосовувати правило відшукування інтегральної кривої, що задовольняє початкові умови.
- ДК.6.7.** Застосовувати правила інтегрування диференціальних рівнянь.
- ДК.6.8.** Застосовувати правила відокремлення змінних.
- ДК.6.9.** Застосовувати правила розв'язування диференціальних рівнянь з відокремлюваними змінними.
- ДК.6.10.** Застосовувати правила перевірки однорідності функції.
- ДК.6.11.** Застосовувати правило використання підстановки для розв'язування однорідних диференціальних рівнянь першого порядку.
- ДК.6.12.** Застосовувати правило визначення лінійності диференціального рівняння.
- ДК.6.13.** Застосовувати правила використання підстановки для розв'язування лінійних диференціальних рівнянь першого порядку.
- ДК.6.14.** Застосовувати правила розв'язування рівняння Бернуллі.
- ДК.6.15.** Застосовувати правила використання методу Бернуллі для розв'язування ДР.
- ДК.6.16.** Застосовувати правила використання методу Лагранжа для розв'язування ДР.
- ДК.6.17.** Застосовувати правила визначення лінійної незалежності розв'язків ЛОДР другого порядку.
- ДК.6.18.** Застосовувати правила складання характеристичного рівняння для ЛОДР другого порядку.
- ДК.6.19.** Застосовувати правила складання фундаментальної системи розв'язків ЛОДР другого порядку.
- ДК.6.20.** Застосовувати правила запису загального розв'язку ЛОДР другого порядку.
- ДК.6.21.** Застосовувати правила запису частинного розв'язку ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами і спеціальною правою частиною.

ДК.6.22. Застосовувати правила запису загального розв'язку ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами.

ДК.6.23. Застосовувати правила визначення системи диференціальних рівнянь.

ДК.6.24. Застосовувати правила визначення нормальної системи диференціальних рівнянь.

ДК.6.25. Застосовувати правила визначення порядку нормальної системи диференціальних рівнянь.

ДК.6.26. Застосовувати правила визначення лінійності системи диференціальних рівнянь.

ДК.6.27. Застосовувати правила знаходження розв'язку системи диференціальних рівнянь.

ДК.6.28. Застосовувати правила знаходження загального розв'язку системи диференціальних рівнянь.

ДК.6.29. Застосовувати правила знаходження частинного розв'язку системи диференціальних рівнянь.

ДК.6.30. Застосовувати правила відшукування розв'язку нормальної системи диференціальних рівнянь за допомогою методу виключення змінних.

ДК.6.31. Застосовувати правила відшукування розв'язку нормальної системи диференціальних рівнянь за допомогою матричного методу.

ДК.7. Застосовувати формули.

ДК.7.1. Застосовувати формулу знаходження функції по її повному диференціалу.

ДК.7.2. Застосовувати формули знаходження інтегрувального множника.

ДК.7.3. Застосовувати формулу Ліувілля-Остроградського для знаходження частинних розв'язків ЛОДР другого порядку.

ДК.7.4. Застосовувати формулу для знаходження другого частинного розв'язку ЛОДР другого порядку, якщо перший вже відомий (наслідок формули Ліувілля-Остроградського).

ДК.7.5. Застосовувати формули для отримання загального розв'язку ЛОДР другого порядку.

ДК.7.6. Застосовувати формули для отримання загального розв'язку ЛНДР другого порядку.

3. Структура компетентнісної моделі викладача (КМВ)

Особистісний компонент КМВ

ОК.1. Загальногромадянські риси.

- ОК.1.1.** Широкий світогляд.
- ОК.1.2.** Принциповість і стійкість переконань.
- ОК.1.3.** Громадянська активність і цілеспрямованість.
- ОК.1.4.** Національна самосвідомість.
- ОК.1.5.** Патріотизм і толерантність щодо інших народів і культур.
- ОК.1.6.** Гуманізм і соціальний оптимізм.
- ОК.1.7.** Високий рівень відповідальності.
- ОК.1.8.** Працелюбність.

ОК.2. Морально-психологічні якості.

- ОК.2.1.** Чесність і ясність у взаєминах з людьми.
- ОК.2.2.** Високий рівень загальної і психологічної культури.
- ОК.2.3.** Повага до професіоналізму інших і наукової спадщини.
- ОК.2.4.** Акуратність і охайність.
- ОК.2.5.** Дисциплінованість.
- ОК.2.6.** Вимогливість.

ОК.3. Науково-педагогічні якості.

- ОК.3.1.** Науково-педагогічна творчість.
- ОК.3.2.** Професійна працездатність.
- ОК.3.3.** Активна інтелектуальна діяльність.
- ОК.3.4.** Науковий пошук.
- ОК.3.5.** Педагогічне спрямування наукової ерудиції.
- ОК.3.6.** Педагогічна спостережливість.
- ОК.3.7.** Педагогічна уява та інтуїція.
- ОК.3.8.** Володіння педагогічною технікою.
- ОК.3.9.** Гнучкість і швидкість мислення у педагогічних ситуаціях.
- ОК.3.10.** Висока культура мови та мовлення.
- ОК.3.11.** Володіння мімікою, тоном голосу, поставою, рухами і жестами.

ОК.4. Індивідуально-психологічні особливості.

- ОК.4.1.** Високий рівень соціального сприйняття й самопізнання.
- ОК.4.2.** Висока інтелектуально-пізнавальна зацікавленість і допитливість
- ОК.4.3.** Інтерес до розвитку потенційних можливостей студентів і потреба в педагогічній діяльності з ними.
- ОК.4.4.** Позитивна „Я-концепція”.
- ОК.4.5.** Високий рівень прагнень.
- ОК.4.6.** Емоційна стійкість, витримка й самовладання.
- ОК.4.7.** Саморегуляція, самостійність і діловитість у вирішенні життєво важливих завдань.
- ОК.4.8.** Твердість характеру.

ОК.5. Професійно-педагогічні здібності.

- ОК.5.1.** Адекватне сприйняття студента й безумовне прийняття його як особистості.
- ОК.5.2.** Педагогічний оптимізм.

ОК.5.3. Здатність передбачати можливі результати.

ОК.5.4. Організаторські та комунікативні здібності.

ОК.5.5. Духовно-виховний вплив на академічну групу й особистість студента.

Компетентнісний компонент КМВ

КК.1. Соціальна компетентність.

КК.1.1. Здатність успішно взаємодіяти зі студентами та іншими викладачами.

КК.1.2. Здатність до співробітництва, до групової, та кооперативної діяльності.

КК.1.3. Соціальна відповідальність за результати своєї професійної праці.

КК.1.4. Готовність до ухвалення рішень.

КК.2. Предметна компетентність.

КК.2.1. Здатність самостійно набувати нові знання і уміння за фахом.

КК.2.2. Здатність до розв'язування проблем.

КК.2.3. Здатність до планування.

КК.2.4. Здатність складати і здійснювати плани й особисті проекти.

КК.2.5. Знання і володіння специфічними технологіями, методами і прийомами навчання диференціальних рівнянь студентів інженерного напрямку навчання.

КК.2.6. Наявність стрункої системи знань методики навчання диференціальних рівнянь, окремих його розділів, окремих етапів навчання й готовність до її застосування на практиці.

КК.2.7. Наявність стрункої системи наукових знань із модуля «Диференціальні рівняння».

КК.2.8. Спроможність вирішувати типові педагогічні задачі під час навчання диференціальних рівнянь.

КК.2.9. Готовність результативно діяти вирішуючи проблемні ситуації, що виникають під час навчання диференціальних рівнянь за різними навчально-методичними комплектами.

КК.3. Інформаційна компетентність

КК.3.1. Спроможність знаходити необхідну методико-математичну інформацію.

КК.3.2. Здатність аналізувати, систематизувати і узагальнювати нову інформацію.

КК.3.3. Здатність до критичного відношення відносно інформації, поширюваної масмедійними засобами і рекламою.

КК.3.4. Здатність застосовувати знання і інформаційну грамотність.

КК.3.5. Готовність і здатність працювати із психолого-педагогічною та методико-математичною інформацією.

КК.3.6. Володіння інформаційним технологіями (створення слайд-лекцій, презентацій, окремих частин дистанційного курсу, мультимедійних файлів тощо).

КК.3.6. Готовність і здатність використовувати елементи дистанційного навчання у своїй педагогічній діяльності.

КК.4. Комунікативна компетентність.

КК.4.1. Володіння сукупністю вербальних і невербальних засобів комунікації.

КК.4.2. Здатність вступати в комунікацію з метою порозуміння.

КК.4.3. Набуття комунікативних навичок та умінь.

КК.4.4. Уміння правильно оцінювати ситуацію спілкування, здатність спостерігати на нею; правильно сприймати і оцінювати соціальний і психологічний зміст ситуації, що виникла.

КК.4.5. Наявність стійкого інтересу до педагогічної комунікації, стійкої потреби у систематичному спілкуванні зі студентами.

КК.4.6. Володіння прийомами та засобами розв'язування комунікативних задач.

КК.4.7. Володіння спеціальною математичною термінологією, зокрема з модуля «Диференціальні рівняння».

КК.4.8. Уміння передавати математичну інформацію.

КК.4.9. Уміння користуватися вербальними та невербальними засобами передачі математичної інформації з модуля «Диференціальні рівняння».

КК.5. Соціокультурна компетентність.

КК.5.1. Здатність захищати і дбати про відповідальність, права, інтереси та потреби інших, що передбачає вміння робити вибір з позицій громадянина, члена сім'ї, співробітника, споживача тощо.

КК.5.2. Фіксовані прояви гуманістичної етики.

КК.5.3. Спроможність ідентифікувати себе із цінностями професійного середовища.

КК.5.4. Професійна позиція викладача.

КК.6. Особистісна компетентність.

КК.6.1. Здатність до самостійної пізнавальної діяльності; постановка і рішення пізнавальних задач.

КК.6.2. Здатність вчитися впродовж життя.

КК.6.3. Уміння аналізувати ситуацію на ринку праці.

КК.6.4. Готовність до реалізації себе в педагогічній праці.

КК.6.5. Володіння прийомами самореалізації й розвитку індивідуальності рамках професії викладача.

КК.6.6. Готовність до постійного підвищення кваліфікації.

КК.6.7. Здатність проектувати свій подальший професійний розвиток.

КК.7. Рефлексивна компетентність.

КК.7.1. Прагнення до досконалості професійної діяльності й адекватна її самооцінка.

КК.7.2. Готовність до професійної рефлексії.

КК.7.3. Спроможність оцінювати власні професійні можливості.

КК.7.4. Здатність до подолання професійних криз і професійних деформацій.

КК.7.5. Прагнення до досконалості викладання навчального матеріалу модуля «Диференціальні рівняння» і адекватна самооцінка рівня викладання.

КК.8. Творча компетентність.

КК.8.1. Здатність до творчості.

КК.8.2. Знання законів творчої педагогічної діяльності.

КК.8.3. Уміння конструювати інноваційні форми навчання диференціальних рівнянь.

КК.8.4. Уміння вимірювати результативність навчальних досягнень студентів з модуля «Диференціальні рівняння».

КК.8.5. Уміння вносити необхідні корективи, здійснювати педагогічну інтерпретацію досягнутих результатів.

КК.8.6. Здатність до пошуку оригінальних варіантів розв'язування інженерних задач, що пов'язані з майбутньої професійною діяльністю студентів.

Діяльнісний компонент КМВ

ДК.1. Навчально-педагогічна діяльність.

ДК.1.1. Засвоєння базових знань.

ДК.1.1.1. Знання цілей і завдань навчання диференціальних рівнянь.

ДК.1.1.2. Знання особливостей побудови модуля «Диференціальні рівняння».

ДК.1.1.3. Знання нормативних документів.

ДК.1.1.4. Знання способу побудови календарного планування.

ДК.1.1.5. Знання вимог до математичної підготовки студентів.

ДК.1.1.6. Знання критеріїв оцінювання навчальних досягнень студентів; основних засобів, методів і форм організації навчання диференціальних рівнянь.

ДК.1.1.7. Знання можливих структур лекцій і практичних занять з модуля «Диференціальні рівняння».

ДК.1.1.8. Знання методичних систем, що реалізовані у чинних підручниках, і відмінностей цих методичних систем.

ДК.1.1.9. Знання загальних особливостей використання сучасних навчальних технологій під час навчання диференціальних рівнянь.

ДК.1.1.10. Знання порядку вивчення окремих тем модуля «Диференціальні рівняння».

ДК.1.1.11. Знання традиційної методики навчання диференціальних рівнянь.

ДК.1.1.12. Знання інноваційних підходів до вивчення диференціальних рівнянь.

ДК.1.2. Вміння аналізувати та осмислювати з метою визначення і встановлення взаємозв'язків між різними компонентами та чинниками, що впливають на ефективність навчання диференціальних рівнянь:

ДК.1.2.1. Особливості і побудову модуля «Диференціальні рівняння».

ДК.1.2.2. Нормативні документи: Державний стандарт, навчальну і робочу програми.

ДК.1.2.3. Вимоги до рівня навчальних досягнень студентів з модуля «Диференціальні рівняння».

ДК.1.2.4. Критерії оцінювання навчальних досягнень студентів з модуля «Диференціальні рівняння».

ДК.1.2.5. Процес навчання диференціальних рівнянь: основні методи, засоби і форми організації навчального процесу, можливі структури лекційних та практичних занять.

ДК.1.2.6. Зміст модуля «Диференціальні рівняння» або його окремих розділів і тем.

ДК.1.2.7. Методичні системи, що реалізовані у чинних підручниках.

ДК.1.2.8. Педагогічні інновації при побудові занять або при вивченні окремих тем модуля «Диференціальні рівняння».

ДК.1.2.9. Особливості використання сучасних навчальних технологій під час навчання диференціальних рівнянь.

ДК.1.3. Усвідомлювати мету діяльності у вигляді результату, що передбачається:

ДК.1.3.1. Формулювання освітніх цілей, що діагностуються, і завдань навчання диференціальних рівнянь.

ДК.1.3.2. Прогнозування педагогічного процесу (освітніх, розвивальних і виховних можливостей змісту всього модуля «Диференціальні рівняння» або окремої теми модуля, утруднень студентів у вивченні модуля).

ДК.1.3.3. Прогнозування результатів використання тих або інших методів, засобів і прийомів навчання.

ДК.1.3.4. Вибір методів, форм та засобів досягнення освітніх цілей та завдань.

ДК.1.3.5. Уявне опрацювання структури і окремих компонентів процесу навчання диференціальних рівнянь.

ДК.1.3.6. Формулювання очікуваних результатів опанування окремих тем і модуля «Диференціальні рівняння» в цілому.

ДК.1.4. Проектувати процес навчання диференціальних рівнянь.

ДК.1.4.1. Складання робочої програми з вищої математики для кожного року навчання.

ДК.1.4.2. Визначення окремих етапів процесу навчання модуля «Диференціальні рівняння» і завдання, характерні для них.

ДК.1.4.3. Проектування очікуваних результатів програми для певного року навчання.

ДК.1.4.4. Проектування процесу навчання диференціальних рівнянь, дотримуючись вимог до математичної підготовки студентів.

ДК.1.4.5. Планування змісту і видів діяльності учасників процесу навчання диференціальних рівнянь.

ДК.1.4.6. Визначення форми і структури освітнього процесу залежно від сформульованих завдань і особливостей учасників.

ДК.1.4.7. Планування індивідуальної роботи зі студентами для надання своєчасної диференційованої допомоги або для розвитку їх здібностей.

ДК.1.4.8. Відбір форм, методів і засобів навчання і виховання для отримання якісного педагогічного результату.

ДК.1.4.9. Планування системи прийомів, направлених на стимулювання пізнавальної активності студентів.

ДК.1.4.10. Проектування процесу навчання окремої теми модуля «Диференціальні рівняння» відповідно вимог до її опанування.

ДК.1.4.11. Проектування лекційних і практичних занять з модуля «Диференціальні рівняння» за різними навчально-методичними комплектами.

ДК.1.4.12. Проектування пошукової діяльності студентів із врахуванням новітніх педагогічних підходів до організації навчання диференціальних рівнянь або опанування окремої теми цього модуля.

ДК.1.4.13. Орієнтувальна діяльність викладача з вивчення модуля «Диференціальні рівняння», що дозволяє досягнути логіку діяльності,

зрозуміти цю діяльність і визначити дії, що її складають (уміння не лише повідомляти математичні знання з модуля, а показувати як знання виникають, яку роль вони виконують, як знання використовуються, як на їх основі робляться висновки).

ДК.1.5. Контролювати та оцінювати власну діяльність.

ДК.1.5.1. Оцінювання правильності сформульованих цілей, їх перетворення в ті чи інші завдання.

ДК.1.5.2. Оцінювання адекватності вирішуваних пріоритетних завдань необхідним умовам.

ДК.1.5.3. Оцінювання відповідності змісту діяльності студентів поставленим цілям і завданням.

ДК.1.5.4. Контроль ефективності методів, прийомів і засобів, що застосовувалися в педагогічній діяльності.

ДК.1.5.5. Оцінювання відповідності організаційних форм, що застосовувалися, віковим особливостям студентів, рівню їх розвитку, змісту навчального матеріалу.

ДК.1.5.6. Визначення причин успіхів та невдач і помилок в ході реалізації поставлених завдань навчання диференціальних рівнянь.

ДК.1.5.7. Оцінювання цілісного досвіду своєї педагогічної діяльності і його відповідного критеріям і рекомендаціям, пропонованим сучасною наукою.

ДК.1.6. Інтерпретувати результати аналізу з метою формування пріоритетних педагогічних завдань і знаходження оптимальних способів їх розв'язування.

ДК.1.7. Виокремлювання завдань, що виникають під час навчання диференціальних рівнянь та проектування ходу їх розв'язування, обґрунтовуючи способи їх поетапної реалізації.

ДК.1.8. Правильно діагностувати процес навчання диференціальних рівнянь.

ДК.1.9. Проектування діагностичних процедур відповідно критеріїв оцінювання навчальних досягнень студентів з окремих тем модуля «Диференціальні рівняння».

ДК.2. Науково-методична діяльність.

ДК.2.1. Створення нових принципів і методів ефективного управління процесом навчання студентів.

ДК.2.2. Розробка методичного забезпечення модуля «Диференціальні рівняння» згідно із сучасними вимогами до рівня підготовки фахівців.

ДК.2.3. Удосконалення існуючих форм і видів занять зі студентами.

ДК.2.4. Організація й проведення науково-методичних конференцій і конкурсів з науково-методичної діяльності.

ДК.2.5. Вдосконалення змісту, організації й методів навчання диференціальних рівнянь з використанням інформаційних технологій.

ДК.2.6. Розробка слайд-лекцій, презентацій і елементів дистанційного курсу з модулі «Диференціальні рівняння».

ДК.2.7. Залучення студентів до наукової роботи, проведення національно-культурної, просвітницької та організаційно-педагогічної роботи серед молоді.

ДК.2.8. Проведення науково-методичних досліджень з актуальних для університету й вищої школи проблем.

ДК.3. Виховна діяльність.

- ДК.3.1.** Планування, організація й контролю самостійної роботи студентів.
- ДК.3.2.** Формування творчої активності, самодіяльності студентської молоді, що проявляється в поєднанні педагогічної майстерності з ініціативою та самодіяльністю студентів.
- ДК.3.3.** Розвиток навичок позитивного мислення.
- ДК.3.4.** Активізація студентського самоврядування; формування в усіх підрозділах і структурах ВНЗ особливого мікроклімату теплоти й довіри, доброзичливості та взаєморозуміння.
- ДК.3.5.** Системне формування особистості майбутнього фахівця через вплив усіх функціонуючих у ВНЗ структур і підрозділів як у навчальний, так і позанавчальний час.
- ДК.3.6.** Формування професійних якостей сучасного спеціаліста як людини, особистості.
- ДК.3.7.** Проведення професійно-орієнтаційної, інформаційно-просвітницької, культурно-виховної роботи серед студентів.
- ДК.3.8.** Індивідуальна виховна робота зі студентами групи.

4. Структура предметної моделі модуля «Диференціальні рівняння» (ПММДР)

Цільовий компонент ПММДР

- ЦК.1.** Теоретична і практична підготовка студентів з основ теорії диференціальних рівнянь.
- ЦК.2.** Формування умінь складати і розв'язувати диференціальні рівняння.
- ЦК.3.** Набуття навичок застосування диференціальних рівнянь до розв'язування прикладних задач, що стане базою для вивчення інших розділів вищої математики та профільних дисциплін старших курсів.
- ЦК.4.** Теоретична і практична підготовка інженерів даних спеціальностей щодо засвоєння математичних методів, які надають можливість аналізувати і моделювати технічні пристрої, процеси та явища.
- ЦК.5.** Формування вмінь розв'язувати різноманітні практичні задачі, що виникають як у процесі проектування, так і у процесі використання різних інформаційно-вимірювальних технологій.
- ЦК.6.** Вивчення теоретичних основ теорії диференціальних рівнянь (диференціальні рівняння різних типів та їх системи).
- ЦК.7.** Дослідження фізичних процесів та явищ, складання їх математичних моделей за допомогою диференціальних рівнянь та їх систем.
- ЦК.8.** Опанування різноманітними методами розв'язування диференціальних рівнянь (систем диференціальних рівнянь) і вибір серед них найраціональнішого методу.

Змістовий компонент ПММДР

- ЗК.1.** Основні загальні поняття і означення.
- ЗК.2.** Диференціальні рівняння першого порядку.
 - ЗК.2.1.** Основні поняття.
 - ЗК.2.2.** Теорема існування єдиного розв'язку задачі Коші.
 - ЗК.2.3.** Диференціальні рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними.
 - ЗК.2.4.** Однорідні диференціальні рівняння першого порядку.
 - ЗК.2.5.** Лінійні диференціальні рівняння першого порядку.
 - ЗК.2.6.** Рівняння Бернуллі.
 - ЗК.2.7.** Рівняння в повних диференціалах.
- ЗК.3.** Диференціальні рівняння вищих порядків.
 - ЗК.3.1.** Основні поняття.
 - ЗК.3.2.** Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами.
 - ЗК.3.3.** Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами.
- ЗК.4.** Диференціальні рівняння другого порядку.
 - ЗК.4.1.** Основні поняття.
 - ЗК.4.2.** Диференціальні рівняння другого порядку, що припускають зниження порядку.
 - ЗК.4.2.1.** Рівняння виду $y'' = f(x)$.

ЗК.4.2.2. Диференціальні рівняння другого порядку, що не містять явно функції y .

ЗК.4.2.3. Диференціальні рівняння другого порядку, що не містять явно змінної x .

ЗК.4.3. Лінійні однорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами.

ЗК.4.3.1. Побудова ФСР ЛОДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами.

ЗК.4.5. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами.

ЗК.4.5.1. Відшукування частинного розв'язку ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами і правою частиною спеціального виду.

ЗК.4.5.2. Принцип суперпозиції.

ЗК.4.5.3. Метод варіації довільних сталих (метод Лагранжа).

ЗК.5. Системи диференціальних рівнянь.

ЗК.5.1. Основні поняття.

ЗК.5.2. Системи лінійних диференціальних рівнянь.

ЗК.5.2.1. Метод виключення розв'язування систем лінійних диференціальних рівнянь.

ЗК.5.3. Однорідні системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.

ЗК.5.3.1. Матричний метод розв'язування однорідної системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.

Рівневий компонент ПММДР

РК.1. Рівень стандарту.

РК.1.1. Навчальний матеріал модуля «Диференціальні рівняння» розглядається як необхідний компонент професійної підготовки сучасного фахівця інженерного профілю.

РК.1.2. Зниження загального рівня строгості теоретичних обґрунтувань.

РК.1.3. Змістова та операційна реорганізація теоретичного матеріалу.

РК.1.4. Застосування пояснювально-ілюстративних, наочних методів навчання.

РК.1.5. Орієнтація студентів на досягнення базових результатів навчання.

РК.1.6. Збільшення частки підготовчих, тренувальних вправ.

РК.1.7. Здійснення роботи по усуненню прогалин в знаннях студентів.

РК.1.8. Врахування труднощів у навчальній роботі студентів.

РК.1.9. Надання всім формам контролю діагностуючого характеру.

РК.2. Академічний рівень.

РК.2.1. Раціональне поєднання строгості та доступності викладу.

РК.2.2. Підвищена увага до формування засобами диференціальних рівнянь навичок математичного моделювання.

РК.2.3. Широке застосування міжпредметних зв'язків диференціальних рівнянь з дисциплінами професійної підготовки інженерів.

РК.2.4. Застосування лекційно-практичної системи навчання.

РК.3. Профільний рівень.

РК.3.1. Врахування підвищеного інтересу студентів до вивчення модуля «Диференціальні рівняння».

- РК.3.2.** Високий теоретичний рівень викладу навчального матеріалу.
- РК.3.3.** Збільшення частки диференційованої самостійної роботи студентів.
- РК.3.4.** Розв'язування нестандартних задач з модуля «Диференціальні рівняння» як засіб розвитку математичних здібностей студентів.
- РК.3.5.** Розв'язування прикладних задач із застосуванням диференціальних рівнянь.

Прикладний компонент ПММДР

- ПК.1.** Дії, пов'язані з мотивацією вивчення диференціальних рівнянь.
- ПК.1.1.** Створення навчально-проблемної ситуації.
 - ПК.1.2.** Формулювання основної навчальної задачі.
 - ПК.1.3.** Самоконтроль і самооцінка можливостей майбутньої діяльності з вивчення даного модуля.
 - ПК.1.4.** З'ясування студентами важливості прикладної складової модуля.
 - ПК.1.5.** З'ясування студентами важливості прикладного потенціалу абстрактної складової модуля.
 - ПК.1.6.** Формування навичок бачити окремі результати своєї навчальної діяльності.
 - ПК.1.7.** Підпорядкувати їм етапи сьогоденної навчальної роботи.
 - ПК.1.8.** Формування умінь ставити завдання виконання навчальних дій, мету їх самоперевірки.
- ПК.2.** Навчальні дії.
- ПК.2.1.** Дії, що пов'язані із внесенням до навчання компонентів, характерних для прикладної діяльності.
 - ПК.2.1.1.** Використання правдоподібних, евристичних міркувань.
 - ПК.2.1.2.** Застосування математичного моделювання як основи вивчення диференціальних рівнянь та методу розв'язування прикладних задач.
 - ПК.2.1.3.** Розвиток суто математичних вмінь та навичок, потрібних для розв'язування прикладних задач.
 - ПК.2.1.4.** Інтерпретація отриманого результату.
 - ПК.2.2.** Дії, що притаманні професійно-навчальній діяльності майбутніх інженерів-механіків.
 - ПК.2.2.1.** Навички планування та коригування власної діяльності.
 - ПК.2.2.2.** Навички планування самостійної роботи.
 - ПК.2.2.3.** Навички проектування творчої діяльності.
 - ПК.2.2.4.** Навички роботи із комп'ютерними програмами.
 - ПК.2.3.** Дії, пов'язані з моделюванням виробничих ситуацій.
 - ПК.2.2.1.** Навички планування та корегування власної діяльності.
- ПК.3.** Контроль, коригування та оцінювання знань.
- ПК.4.** Засоби реалізації прикладної спрямованості.
- ПК.4.1.** Прикладна орієнтація абстрактної частини шкільної стереометрії, залучення прикладної інформації на основі НМТ.
 - ПК.4.2.** Прикладні задачі (функції прикладних задач).
 - ПК.4.2.1.** Допомагають виховувати уміння застосовувати на практиці здобуті в процесі навчання теоретичні знання.

ПК.4.2.2. Розвивають конструкторські здібності студентів, тобто виробляють уміння встановлювати залежність, яка забезпечує взаємодію між складовими частинами приладів та механізмів.

ПК.4.2.3. Дають можливість вибрати найраціональніші шляхи досягнення поставленої мети.

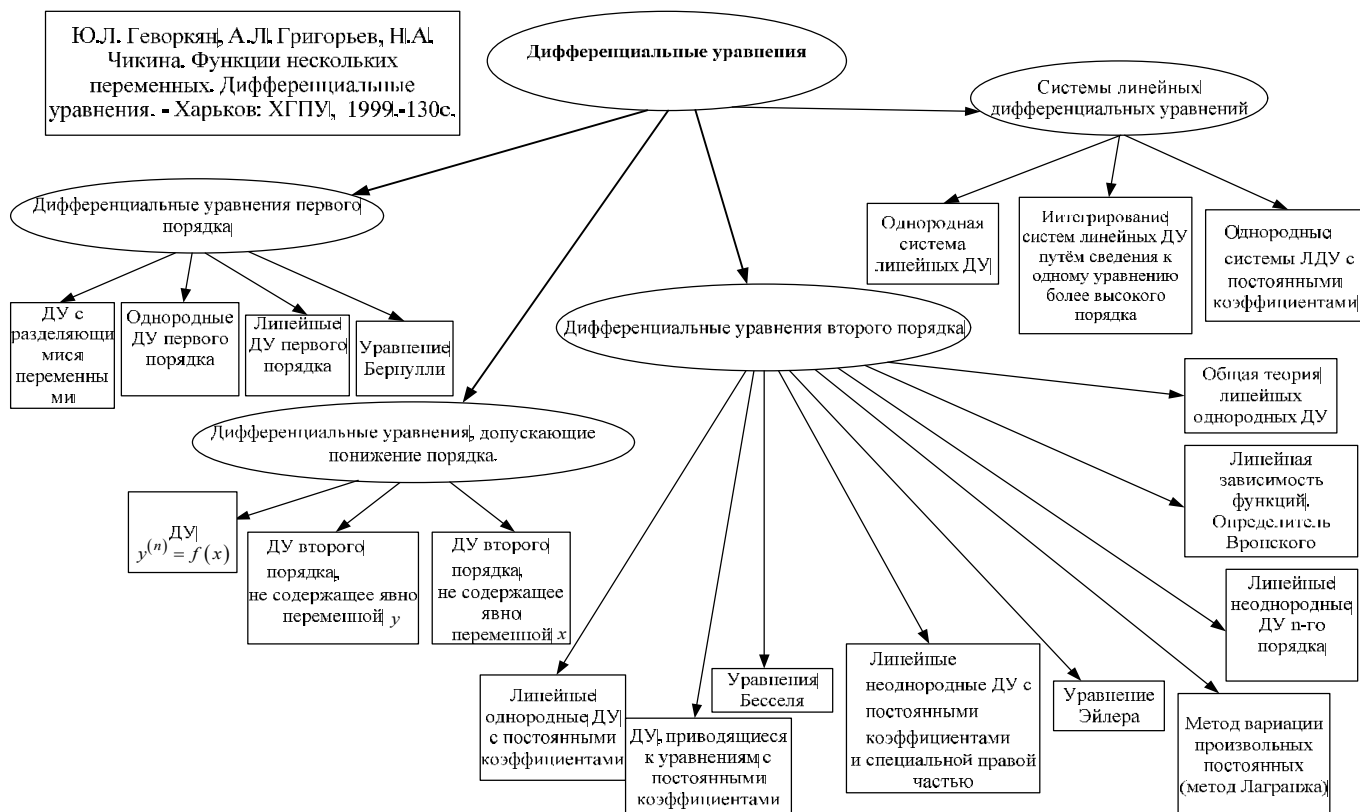
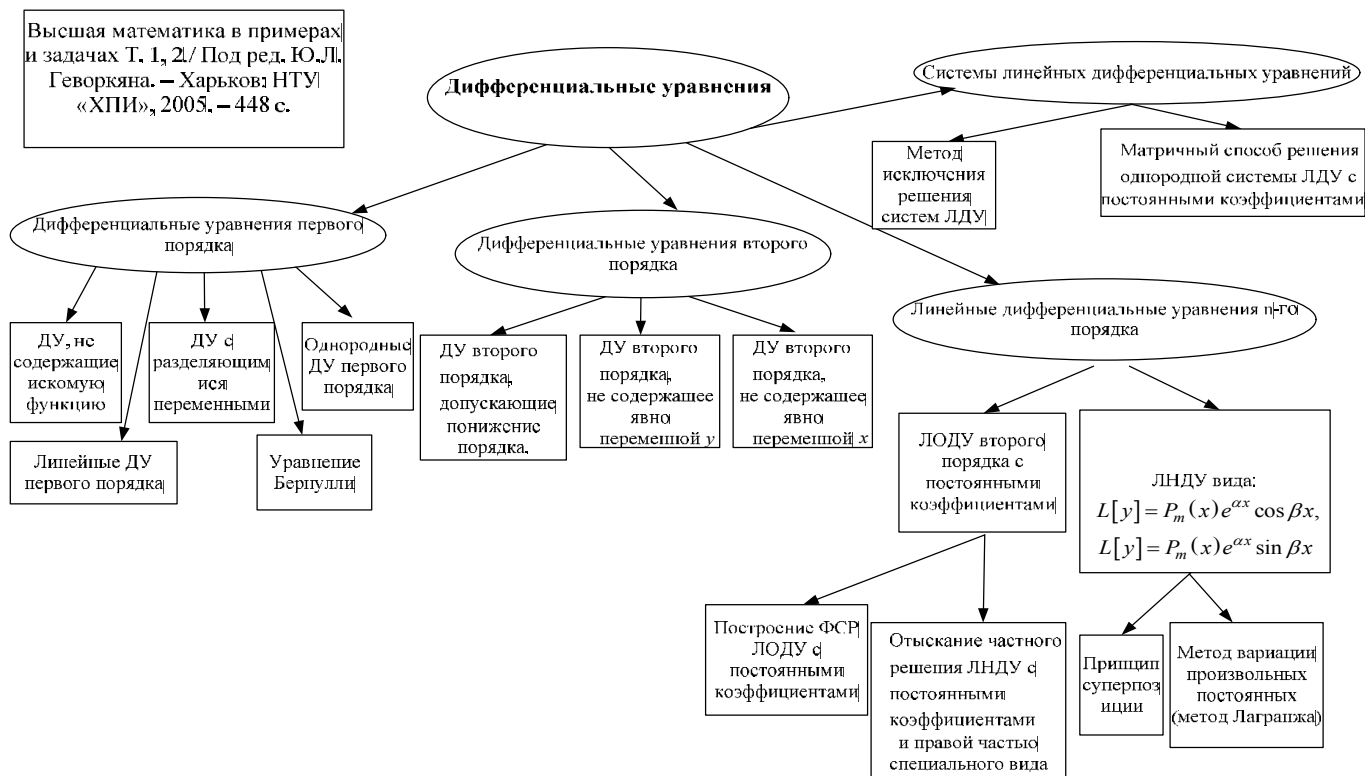
ПК.4.2.4. Готують студентів до нових пошуків, розвивають в них почутті потреби творчого ставлення до навколишнього оточення.

ПК.4.2.4. Привчають студентів правильно організувати свою навчальну діяльність.

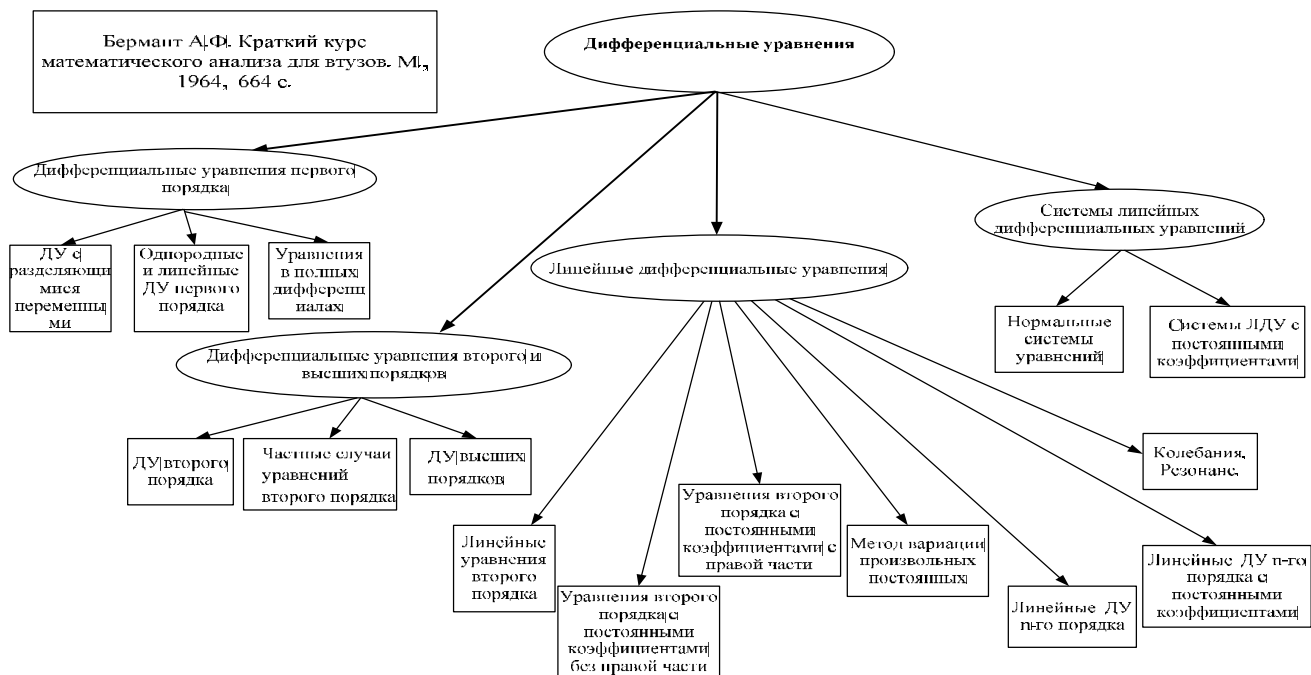
ПК.4.3. Засоби наочності.

ПК.4.4. ІКТ в контексті диференціальних рівнянь.

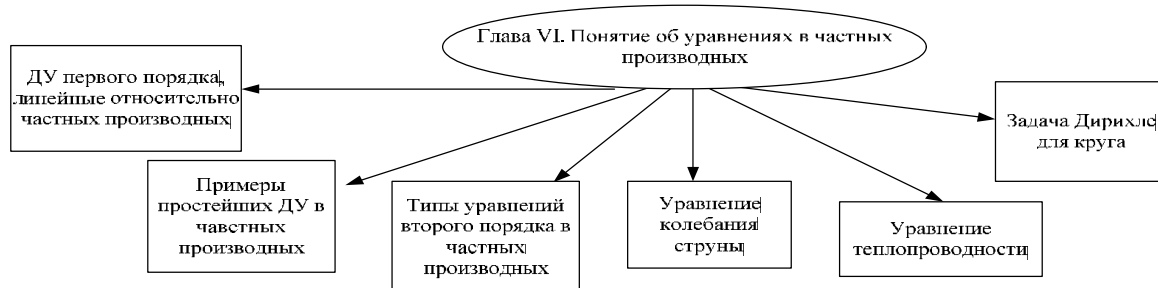
5. Структури основных підручників, що пропонуються до модуля «Диференціальні рівняння»



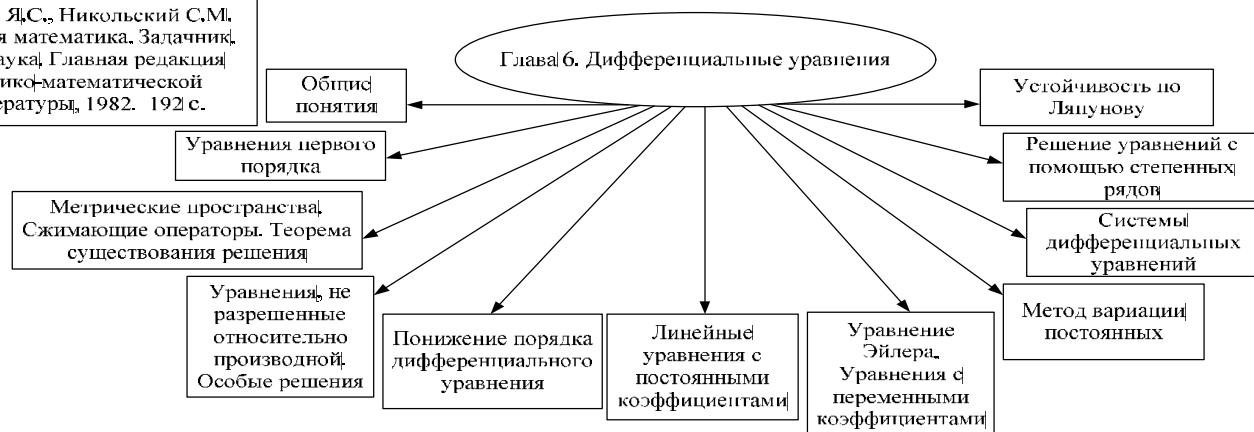
Бермант А.Ф. Краткий курс
математического анализа для вузов. М.,
1964, 664 с.



Данко П.Е., Попов А.П. Высшая
математика в упражнениях и задачах. Ч.
II. Изд. 2-е. Учеб. пособие для вузов. М.,
«Высш. школа», 1974. — 464 с.



Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Задачник.
М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1982. 192 с.



Глава 10. Уравнения математической физики

6. Внутрішньоопредметні зв'язки теми «Диференціальні рівняння»

Знання та вміння зі шкільного курсу математики

Перелік знань та умінь	Застосування під час вивчення модуля «Диференціальні рівняння»
Уміння розв'язувати квадратні та кубічні рівняння	Знаходження коренів характеристичного рівняння
Уміння розв'язувати систему лінійних рівнянь	Знаходження значень сталих при розв'язанні задачі Коші

Знання та вміння з модуля «Лінійна алгебра»

Перелік знань та умінь	Застосування під час вивчення модуля «Диференціальні рівняння»
Знання властивостей визначників та уміння їх обчислювати	Розв'язання лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами методом Лагранжа
Правило Крамера для розв'язування систем алгебраїчних рівнянь	
Знання та уміння виконувати дії над матрицями	Розв'язання систем диференціальних рівнянь матричним методом
Уміння знаходити власні значення матриці та власні вектори	

Знання та вміння з модуля «Векторна алгебра та аналітична геометрія»

Перелік знань та умінь	Застосування під час вивчення модуля «Диференціальні рівняння»
Уміння будувати геометричні криві	Побудова геометричних кривих, що є розв'язками диференціальних рівнянь

Знання та вміння з модуля «Диференціальне числення»

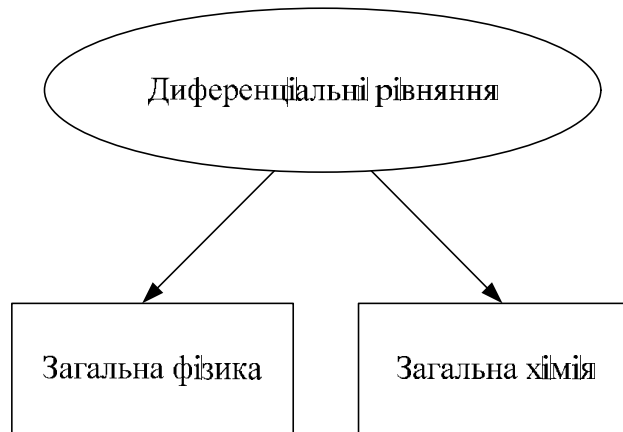
Перелік знань та умінь	Застосування під час вивчення модуля «Диференціальні рівняння»
Уміння знаходити похідну функції	Підстановки або заміни при розв'язанні однорідних та лінійних диференціальних рівнянь першого порядку, рівняння Бернуллі
Знання правил диференціювання	

Знання та вміння з модуля «Інтегральне числення»

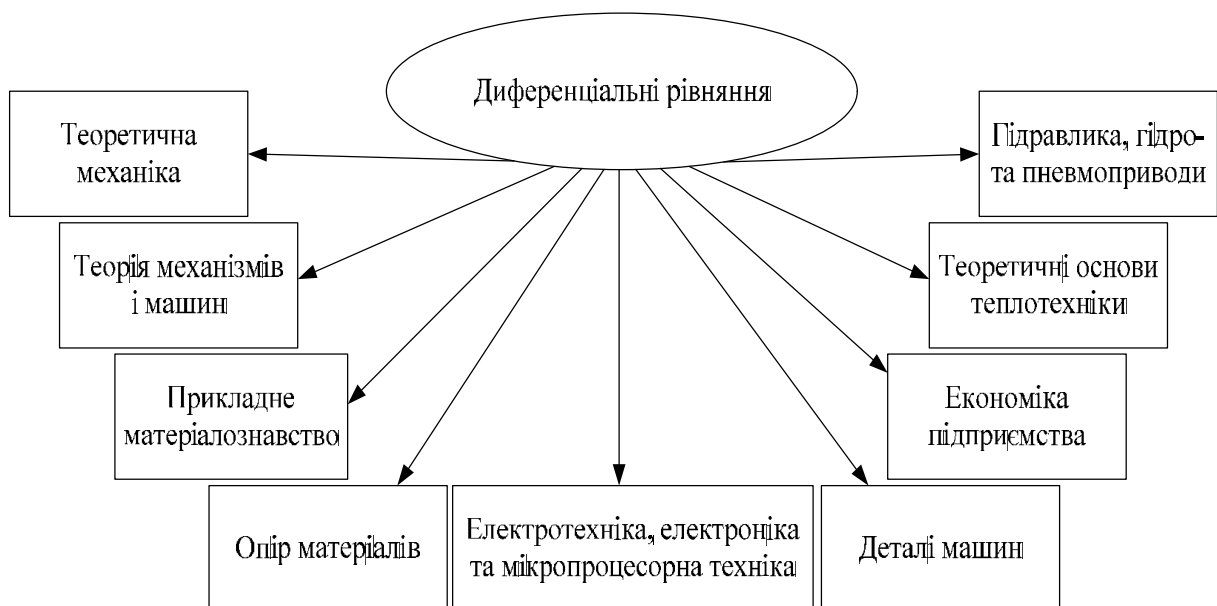
Перелік знань та умінь	Застосування під час вивчення модуля «Диференціальні рівняння»
Знання властивостей невизначеного інтегралу	Розв'язання диференціальних рівнянь першого та другого порядку
Знання таблиці невизначених інтегралів	
Знання та уміння інтегрування різними методами	

**7. Міжпредметні зв'язки теми «Диференціальні рівняння»
із дисциплінами навчального курсу інженерів-механіків**

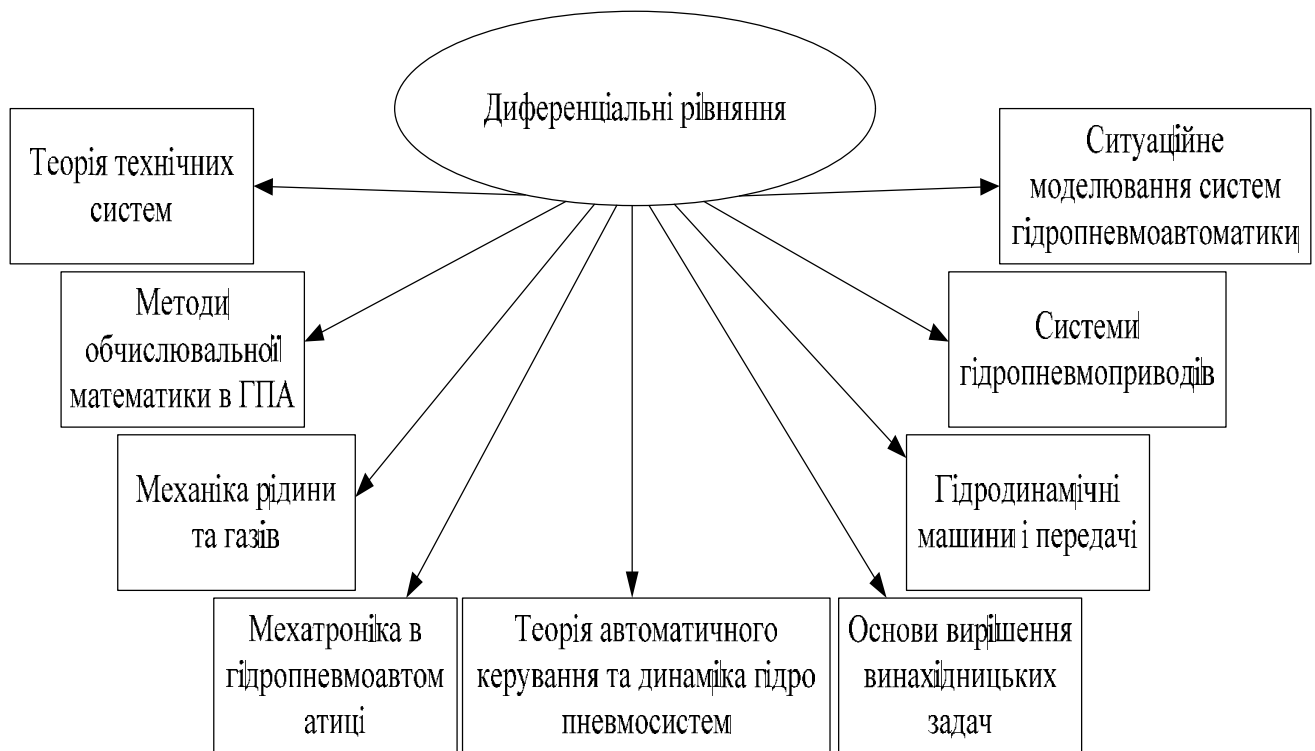
**7.1. Міжпредметні зв'язки теми «Диференціальні рівняння»
із дисциплінами нормативної частини природничо-наукового циклу
навчального плану студентів напрямку підготовки 6.050502 «Інженерна
механіка»**



**7.2. Міжпредметні зв'язки теми «Диференціальні рівняння»
із дисциплінами нормативної частини циклу професійної та практичної
підготовки навчального плану студентів напрямку підготовки 6.050502
«Інженерна механіка»**



**7.3. Міжпредметні зв'язки теми «Диференціальні рівняння»
із дисциплінами вибіркової частини для самостійного вибору ВНЗ циклу
професійної та практичної підготовки навчального плану студентів напряму
підготовки 6.050502 «Інженерна механіка»**



8. Зразок контрольної роботи

для визначення рівня навченості студентів першого курсу

1. Обчислити границі послідовностей:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-2)(7-n)}{2n^2+1}$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{2+3n} - \frac{n^2+1}{3n^2+2n} \right)$.

2. Записати у вигляді звичайного дробу:

а) $1,2(27)$; б) $2,(41)$; в) $0,(428571)$; г) $0,3(148)$.

3. Знайти суму членів нескінченної геометричної прогресії:

а) $b_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-2}$; б) $b_n = \left(\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}\right)^n$, при $a \neq b$; в) $b_n = (\operatorname{tg} x)^n$, де $0 < x < \frac{\pi}{4}$.

4. Розв'язати нерівності:

а) $x^2 - 14x + 15 > 0$; б) $x^2 - 3x + 5 \geq 0$; в) $3x^2 - 5x - 2 \leq 0$; г) $2x^2 - 9x - 3 < 0$.

5. Знайти область визначення функції:

а) $y = \lg(3x^2 - 4x + 5)$; б) $y = \sqrt{3x^2 - 4x + 5}$; в) $y = \sqrt{6 + 7x - 3x^2}$.

6. Знайти квадратне рівняння, якщо його корені: $x_1 = 1 - \sqrt{3}$, $x_2 = 1 + \sqrt{3}$.

7. Знайти суму кубів коренів рівняння: $x^2 + 2x - 2 = 0$.

8. Обчислити $\cos x$, якщо $\sin x = -\frac{3}{\sqrt{10}}$, $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$.

9. До якої чверті належить число x , якщо: $\sin x = 4\cos x$, $\sin x - \cos x = 1,2$.

10. Записати рівняння параболи, яку отримаємо з параболи $y = \frac{1}{2}x^2$ паралельним переносом $\vec{r}(-2;3)$.

11. Дослідити функцію і побудувати її графік: $y = \frac{8}{x} + \frac{x}{2}$.

12. Знайти похідну функцій:

а) $y = 2x^6 - 3,8x^5 + x - \sqrt{2}$; б) $y = \frac{3-2x}{x+1}$; в) $y = 2\operatorname{tg} x \cdot \lg x$.

13. Обчислити: а) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cos x \, dx$; б) $\int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{\pi}{6}} (\cos 3x - \sin 2x) \, dx$.

14. Розв'язати нерівності: а) $|5 - 2x| < 1$; б) $|x|^2 - 4|x| + 3 > 0$; в) $|3x - 2,5| \geq 2$.

15. Розв'язати систему рівнянь:
$$\begin{cases} 5x + 4y = 3, \\ 2x + 3y = -1. \end{cases}$$

**9. Завдання для вхідного модульного контролю
до вивчення модуля «Диференціальні рівняння»**

1. Розв'яжіть рівняння:

а) $x^3 + 2x^2 + 10x = 0$;

б) $x^3 + x = 0$;

в) $x^2 - 2x + 1 = 0$

г) $x^3 + x^2 - 5x + 3 = 0$;

д) $x^2 + 5x + 6 = 0$.

2. Розв'яжіть систему рівнянь:
$$\begin{cases} 5x + 4y = 3, \\ 2x + 3y = -1. \end{cases}$$

3. Виконати дії над матрицями: $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$

а) $2A + 3B$;

б) $-B + 5A$.

4. Обчислити визначники:

а) $\begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 5 & 11 \end{vmatrix}$; б) $\begin{vmatrix} 2 & 7 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \\ 0 & -4 & 8 \end{vmatrix}$.

5. Побудувати криві, задані рівняннями:

а) $y = x^2 + 2x - 3$; б) $3x + 5y - 1 = 0$.

6. Знайти похідні наступних функцій:

а) $y = e^{-x} \cos 2x$; б) $xy + \frac{1}{x}\sqrt{y} = 0$; в) $y = \arctg \frac{1}{x^2} - \sqrt{x} \sin x$.

7. Обчислити інтеграли:

а) $\int \frac{dx}{(x+1)\ln(x+1)}$; б) $\int (2x+4)e^{-7x} dx$; в) $\int \arctg x dx$; г) $\int \frac{e^{2x} dx}{e^x + 1}$.

10. Диференційовані завдання до лекції з теми «Диференціальні рівняння першого порядку. Основні поняття. Рівняння з відокремлюваними змінними» для різних типологічних груп студентів

Завдання для *першої типологічної групи* студентів.

1. Які рівняння називаються диференціальними?
2. Як визначають порядок диференціальних рівнянь?
3. Які рівняння називаються рівняннями з відокремлюваними змінними?
4. Наведіть приклад найпростішого диференціального рівняння.
5. Що таке загальний розв'язок диференціального рівняння?
6. Яке з рівнянь є диференціальним:

а) $y = 2x - 3$; б) $x = 0$; в) $y = \frac{x}{2}$; г) $y' = 2x$.

Завдання для *другої типологічної групи* студентів.

1. Що таке частинний розв'язок диференціального рівняння?
2. Що таке інтегральна крива та ізокліна?
3. Випишіть означення фазової кривої або траєкторії за підручниками.
4. Складіть схему розгортання матеріалу теми.
5. З'ясувати дисципліни, з якими реалізується міжпредметний зв'язок.
6. Яке з рівнянь є диференціальним рівнянням першого порядку:

а) $x^2 - 2x + y = 0$; б) $y'' + y = x$; в) $dy = \frac{yx}{2} \cos x dx$; г) $3y - 4x = 0$.

Завдання для *третьої типологічної групи* студентів.

1. Відшукайте матеріал щодо історії виникнення диференціальних рівнянь.
2. Виділіть поняття та факти з теми, які вивчаються у курсі хімії.
3. Наведіть приклади застосування диференціальних рівнянь в фізиці.
4. Побудуйте криву, що є розв'язком диференціального рівняння $y' = \frac{y}{x}$.
5. Складіть схему доведення теореми існування єдиного розв'язку задачі Коші
6. Яке з диференціальних рівнянь є рівнянням з відокремлюваними змінними:

а) $\frac{dy}{dx} + xy = 0$; б) $y' + y = x$; в) $y' = \frac{yx}{2} \cos x$; г) $(x^2 - y^2)dx - (x + y)dy = 0$.

11. Математичний диктант

Завдання: Доповніть схему записами, яких не вистачає

Звичайне диференціальне рівняння –	це рівняння, в якому невідома функція є функцією змінної.
Розв'язати диференціальне рівняння означає	знайти всі його
Інтегральною кривою диференціального рівняння називається	крива, уздовж якої точок і кутовий дотичної задовольняють диференціальне рівняння
Загальним розв'язком диференціального рівняння називається	 всіх його, тобто функція $y = \varphi(x, C)$, яка задовольняє диференціальне рівняння в області визначення всіх незалежних змінних.
Частинним розв'язком диференціального рівняння називається	розв'язок, який отриманий із розв'язка при певному значенні постійних.
Рівняння з відокремленими змінними –	це рівняння типу, називається так, тому що в цьому рівнянні змінні відокремлені, тобто при dx знаходиться тільки функція від, а при dy – тільки функція від
Диференціальні рівняння із змінними, які відокремлюються –	це рівняння, у яких змінні можна розділити за допомогою множення або ділення обох частин рівняння на той самий вираз, тобто це рівняння виду:
Однорідним диференціальним рівнянням називається	рівняння виду, якщо функції при dx і dy є однорідними однакового
Лінійним диференціальним рівнянням першого порядку називається	рівняння лінійне відносно невідомої функції та її похідної, що має вигляд:, де $P(x)$ і $Q(x)$ – задані неперервні функції від ... (або сталі).
Лінійне однорідне диференціальне рівняння першого порядку	це лінійне рівняння, в якому $Q(x) = \dots$
Лінійне неоднорідне диференціальне рівняння першого порядку	це рівняння, в якому $Q(x) \dots\dots\dots$
Рівнянням Бернуллі називається	рівняння вигляду:, де $\alpha \neq 0$, $\alpha \neq 1$
Інтегральною кривою диференціального рівняння називається	крива, уздовж якої координати точок і кутовий дотичної задовольняють диференціальне рівняння

Загальний розв'язок диференціального рівняння в повних диференціалах	має вигляд = C
Диференціальним рівняння другого порядку називається	рівняння вигляду: $F(x, y, y', y'') = 0$, де F – відома своїх аргументів
... .. розв'язком диференціального рівняння другого порядку є	множина всіх розв'язків диференціального рівняння другого порядку залежно від форми запису
До диференціальних рівняння другого порядку, що допускають зниження порядку належать	– рівняння вигляду: $y'' = f(x)$; – рівняння, що не містять..., тобто рівняння вигляду $F(x, y', y'') = 0$; – рівняння, що не містять, тобто рівняння вигляду $F(y, y', y'') = 0$
Лінійним диференціальним рівнянням n -го порядку називається	рівняння лінійне відносно шуканої функції y та її похідних ..., ..., ..., $y^{(n)}$, що має вигляд: $y^{(n)} + \dots \dots \dots f(x)$
Лінійним однорідним диференціальне рівняння n -го порядку називається	лінійне рівняння, в якому $f(x) = \dots$
Лінійним неоднорідним диференціальне рівняння n -го порядку називається	рівняння, в якому $f(x) \dots\dots\dots$
Лінійне диференціальне рівняння можна записати у вигляді $L(y) = f(x)$,	де L – лінійний... .. оператор n -го порядку, визначений на множині n разів неперервне диференційованих функцій.
Якщо y_1 та y_2 – два частинних розв'язки лінійного однорідного рівняння другого порядку	то $y_1 + y_2$ – також
Якщо y_1 є розв'язком рівняння і C є константа	то Cy_1 також
Якщо ЛОДР з дійсними коефіцієнтами має комплексний розв'язок $y = u + iv$, то функції $u = \operatorname{Re} y$, $v = \operatorname{Im} y$, $\bar{y} = u - iv$ кожна окремо	також є

12. Запитання для актуалізації базових знань

1. Які рівняння називаються диференціальними?
2. Як визначити порядок ДР?
3. Що називається загальним розв'язком ДР?
4. Що називається частинним розв'язком ДР?
5. Який вигляд мають ДР з відокремлюваними змінними?
6. Сформулюйте план розв'язку ДР з відокремлюваними змінними.
7. Яка функція $f(x, y)$ називається однорідною?
8. Який вигляд має однорідне ДР?
9. За допомогою якої заміни розв'язується однорідне ДР?
10. Яким методом розв'язують лінійні ДР першого порядку?
11. Навіщо інженеру знати теорему існування єдиного розв'язку задачі Коші?
12. Який вигляд має ДР другого порядку в загальному випадку?
13. За допомогою якої заміни розв'язується ДР другого порядку, що не містить шуканої функції y ?
14. За допомогою якої заміни розв'язується ДР другого порядку, що не містить незалежної змінної x ?
15. Чим відрізняються ЛОДР і ЛНДР другого порядку?
16. Який вигляд має ЛДР другого порядку із сталими коефіцієнтами?
17. Дайте означення характеристичного рівняння для ЛДР другого порядку.
18. Як скласти ФСР ЛОДР?
19. Сформулюйте теорему про загальний розв'язок ЛНДР?
20. Написати формулу правої частини ЛНДР, що має спеціальний вид.
21. Написати формулу частинного розв'язку ЛНДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами й правою частиною виду $Ae^{\alpha x}$.
22. Сформулювати принцип суперпозиції для ЛНДР.
23. Який вид має система ЛОДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами?
24. Назвіть методи розв'язування систем ЛДР другого порядку зі сталими коефіцієнтами.

13. Приклади задач з евристичними підказками для розв'язування на практичних заняттях

Задача 13.1. Знайти загальний розв'язок рівняння: $y' = \frac{2x}{1+x^2}$

Розв'язання:

1. Пригадаємо, що $y' = \frac{dy}{dx}$ і перепишемо рівняння у іншому вигляді.
2. З'ясуємо вид цього рівняння: (це рівняння з відокремлюваними змінними).
3. Помножимо обидві частини рівняння на dx .
4. Інтегруємо обидві частини рівняння.
5. Запишемо загальний розв'язок диференціального рівняння.

Відповідь: $y = \ln(1+x^2) + C$, де C – довільна стала.

Задача 13.2. Знайти загальний розв'язок рівняння: $y' = e^{x+y}$

Розв'язання:

1. Пригадаємо, що $y' = \frac{dy}{dx}$, а також властивості степенів з однаковими основами $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$ та перепишемо рівняння у іншому вигляді.
2. З'ясуємо вид цього рівняння: (це рівняння з відокремлюваними змінними).
3. Помножимо обидві частини рівняння на $\frac{dx}{e^y}$.
4. Інтегруємо обидві частини рівняння.
5. Запишемо загальний розв'язок диференціального рівняння.

Відповідь: $y = -\ln(C - e^x)$, где $C \in \mathbb{R}$.

Задача 13.3. Знайти загальний розв'язок та особливі розв'язки диференціального рівняння: $y(1-x^2)dy - x(1-y^2)dx = 0$

Розв'язання:

1. З'ясуємо вид цього рівняння: (це рівняння з відокремлюваними змінними).
2. Перенесемо другий доданок через знак «=», при цьому пам'ятаємо, що знак змінюється на протилежний, перепишемо рівняння у іншому вигляді.
3. Розділимо обидві частини рівняння на вираз $(1-x^2)(1-y^2)$.
4. Інтегруємо обидві частини рівняння.
5. Запишемо розв'язок диференціального рівняння у вигляді загального інтеграла.
6. Запишемо особливі розв'язки диференціального рівняння.

Відповідь: $(1 - y^2) = C(1 - x^2)$, де C – довільна стала – загальний інтеграл;

$x = \pm 1, y = \pm 1$ – особливі розв'язки.

Задача 13.4. Знайти загальний розв'язок та особливі розв'язки диференціального рівняння: $(y^2 - 2xy) dx + x^2 dy = 0$

Розв'язання:

1. З'ясуємо вид цього рівняння: (це однорідне диференціальне рівняння першого порядку).

2. Виділимо у лівій частині рівняння $\frac{dy}{dx}$ і перепишемо рівняння у іншому вигляді.

3. Пригадаємо, що $y' = \frac{dy}{dx}$ і перепишемо рівняння у вигляді $y' = f\left(\frac{y}{x}\right)$.

(для цього необхідно дріб, який стоїть у правій частині рівняння записати у вигляді різниці двох дробів)

4. Застосуйте підстановку $\frac{y}{x} = t \Rightarrow y = tx$, звідси $y' = t'x + t$ або $\frac{dy}{dx} = x \frac{dt}{dx} + t$.

Перепишемо рівняння у іншому вигляді.

5. Зробимо необхідні перетворення.

6. Отримали рівняння з відокремлюваними змінними.

7. Помножимо обидві частини рівняння на вираз $\frac{dx}{x(t - t^2)}$.

8. Інтегруємо обидві частини рівняння.

9. Запишемо розв'язок диференціального рівняння у вигляді загального інтеграла.

10. Запишемо особливі розв'язки диференціального рівняння.

Відповідь: $\frac{y}{y-x} = Cx$, де C – довільна стала – загальний інтеграл; $x = 0, y = x$ –

особливі розв'язки.

14. Приклад професійно-спрямованої задачі з евристичними підказками для набуття навичок моделювання професійної діяльності інженера-механіка (Ситуаційна вправа)

Задача. Матеріальна точка маси m рухається по осі Ox під впливом відновлюючої сили, що спрямована до початку координат і пропорційна відстані цієї точки від початку; середа, в якій здійснюється рух, чинить опір руху цієї точки, пропорційний швидкості руху. Знайти закон руху.

Розв'язання:

1. Швидкість точки $\dot{x}$, її прискорення $\ddot{x}$, сили що впливають на неї: відновлююча $f_1 = -ax$, сила опору середи $f_2 = -b\dot{x}$.
2. Пригадаємо другий закон Ньютона.
3. За другим законом Ньютона знаходимо $m\ddot{x} = -b\dot{x} - ax$, або $m\ddot{x} + b\dot{x} + ax = 0$.
4. Ми отримали лінійне однорідне диференціальне рівняння другого порядку.
5. Запишемо його характеристичне рівняння:
- 6 Знайдемо корені цього характеристичного рівняння:
- 7 Якщо $b^2 - 4ma > 0$, то корені характеристичного рівняння дійсні, різні і обидва від'ємні.
- 8 Запишемо загальний розв'язок рівняння руху.
(цей випадок *аперіодичного руху*).
- 9 Якщо $b^2 - 4ma = 0$, то корені характеристичного рівняння дійсні рівні і обидва від'ємні.
10. Запишемо загальний розв'язок рівняння руху.
11. Якщо $b^2 - 4ma < 0$, то корені характеристичного рівняння комплексні.
12. Запишемо загальний розв'язок рівняння руху.
(цей випадок – *затухаючі коливання*).

Відповідь: 1) $x = C_1 e^{-r_1 t} + C_2 e^{-r_2 t}$; 2) $x = (C_1 + C_2 t) e^{-rt}$; 3)

$$x = e^{-\alpha t} (C_1 \cos \beta t + C_2 \sin \beta t).$$

15. Приклади розв'язування геометричних, фізичних та хімічних задач (ситуаційні вправи)

Задача 15.1. Побудувати інтегральні криві таких рівнянь:

а) $y' = \frac{|xy|}{xy}$; б) $y' = \frac{x-y}{|x-y|}$; в) $y' = -\frac{x+|x|}{y+|y|}$; г) $y' = \begin{cases} 0, & \text{якщо } y \neq x, \\ 1, & \text{якщо } y = x. \end{cases}$

Розв'язання.

а) Дане рівняння визначене на всій площині xOy , крім точок на прямих $x=0$ і $y=0$. В області визначення рівняння можна записати так:

$$y' = \begin{cases} 1, & \text{якщо } xy > 0, \\ -1, & \text{якщо } xy < 0. \end{cases}$$

Тому в I і III квадрантах координатної площини інтегральні криві – це графіки функцій $y = x + C$, а в II і IV квадрантах – графіки функцій $y = -x + C$ (рис. 15.1).

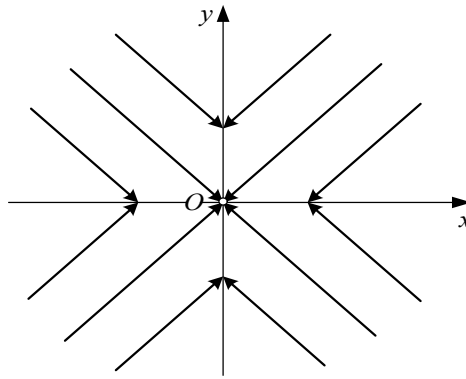


Рис. 15.1

б) Рівняння не визначене на прямій $y = x$. В області визначення маємо

$$y' = \begin{cases} 1, & \text{якщо } y < x, \\ -1, & \text{якщо } y > x. \end{cases}$$

Тому $y = x + C$ у півплощині $y < x$ і $y = -x + C$ у півплощині $y > x$. Інтегральні криві рівняння зображено на рис. 15.2.

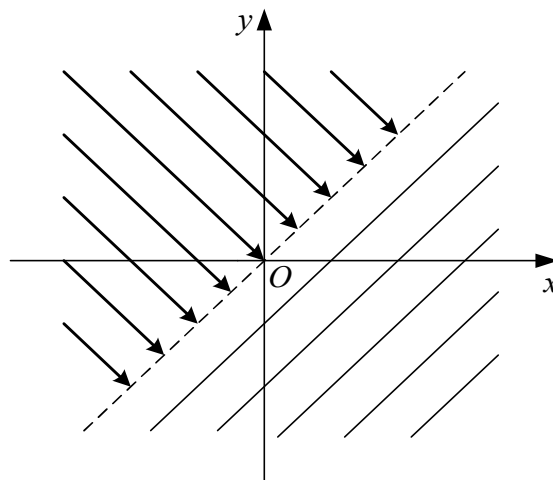


Рис. 15.2

в) Областю визначення даного рівняння є верхня півплощина координатної площини xOy . У цій області рівняння можна записати так:

$$y' = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x \leq 0, \\ -\frac{x}{y}, & \text{якщо } x > 0. \end{cases}$$

У квадранті маємо $y' = 0$ або $y = C$. У I квадранті рівняння набирає вигляду $y dy + x dx = 0$, або $\frac{1}{2} d(y^2 + x^2) = 0$. Звідси $x^2 + y^2 = C^2$. Інтегральні криві цього рівняння зображено на рис. 15.3

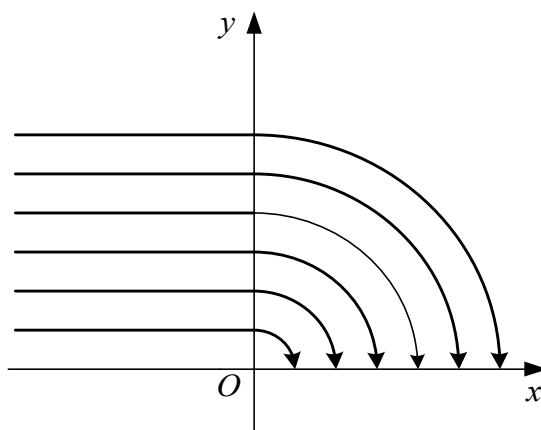


Рис. 15.3

г) Рівняння визначене на всій координатній площині. Інтегральні криві цього рівняння зображено на рис. 15.4

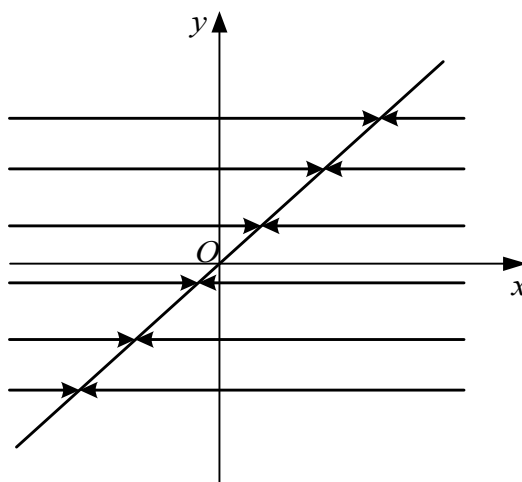


Рис. 15.4

Задача 15.2. Відомо, що швидкість охолодження тіла в повітрі пропорційна різниці температур тіла і повітря. Знайти залежність температури тіла T від часу t , якщо за 10 хв. температура тіла знизилась від 100°C до 60°C , а температура повітря була сталою і дорівнювала 20°C .

Розв'язання. Швидкість охолодження тіла, початкова температура якого T , є $\frac{dT}{dt}$, де T і t за умовою задачі задовольняють диференціальне рівняння $\frac{dT}{dt} = k(T - 20)$, або $\frac{dT}{T - 20} = k dt$.

Проінтегрувавши обидві частини рівності, маємо $\ln(T - 20) = kt + \ln C$; $\ln(T - 20) = \ln e^{kt} + \ln C$; $T = 20 + Ce^{kt}$.

Одержана рівність буде загальним розв'язком диференціального рівняння. Знайдемо значення C , що задовольняє початковим умовам. Підставляємо в загальний розв'язок $t = 0$, $T = 100$ і одержуємо $100 = 20 + Ce^0$; $20 + C = 100$; $C = 80$.

Отже, шукана залежність визначається частинним розв'язком $T = 20 + 80e^{kt}$. Коефіцієнт пропорційності k знаходимо з умови, що коли $t = 10$ хв., температура тіла дорівнювала 60°C , тобто $60 = 20 + 80e^{10kt}$, або $e^{kt} = \frac{1}{2}$, звідки $10k = \ln \frac{1}{2} = -\ln 2$; $k = -0,1 \ln 2 = -0,07$.

Таким чином, температура тіла в цій задачі залежить від часу за такою формулою:

$$T = 20 + 80e^{-0,1t \ln 2}, \text{ або } T \approx 20 + 80e^{-0,07t}.$$

Задача 15.3. Тіло рухається прямолінійно зі швидкістю v , пропорційною квадрату часу. Встановити залежність між пройденим шляхом S і часом t , якщо відомо, що при $t_0 = 0$, $S = S_0$.

Розв'язання. Швидкість $v = \frac{dS}{dt}$, тоді $S(t)$ і t пов'язані диференціальним рівнянням $\frac{dS}{dt} = kt^2$, або $dS = kt^2 dt$. Проінтегруємо обидві частини рівності й

одержимо загальний розв'язок диференціального рівняння $S(t) = \frac{kt^3}{3} + C$.

У початковий момент часу $S = S_0$, тому після підстановки в загальний розв'язок $t_0 = 0$; $S = S_0$ визначимо значення C :

$$S_0 = 0 + C; \quad C = S_0.$$

Тоді шукана залежність має вигляд $S(t) = \frac{kt^3}{3} + S_0$.

Задача 15.4. Знайти криву, яка проходить через точку $M_0(3; 2)$, коли відомо, що у кожній точці кривої відрізок дотичної, який міститься між осями координат, ділиться точкою дотику навпіл.

Розв'язання. Нехай $M(x; y)$ довільна точка дотику, яка знаходиться на середині дотичної AB , де A і B точки перетину її з осями $OA = 2y$, $OB = 2x$. Кутовий коефіцієнт дотичної до кривої $y = f(x)$ в точці $M(x; y)$

$$y' = -\frac{OA}{OB} = -\frac{y}{x}.$$

Маємо диференціальне рівняння з відокремлюваними змінними, яке і розв'язуємо: $\frac{dy}{dx} = -\frac{y}{x}$; $\frac{dy}{y} = -\frac{dx}{x}$; $\int \frac{dy}{y} = -\int \frac{dx}{x}$;

$$\ln|y| = -\ln|x| + \ln|C|; \quad \ln|y| = \ln\left|\frac{C}{x}\right|; \quad y = \frac{C}{x} - \text{загальний розв'язок.}$$

За початковою умовою $y(2) = 3$, звідки $3 = \frac{C}{2} \Rightarrow C = 6$, тому рівняння шуканої кривої $y = \frac{6}{x}$ (гіперболи).

$$\text{Відповідь: } y = \frac{6}{x}.$$

Задача 15.5. Експериментально встановлено, що швидкість радіоактивного розпаду речовини пропорційна її кількості в даний момент часу. Знайти закон зміни маси речовини від часу, якщо при $t = 0$ маса речовини дорівнювала m_0 .

Розв'язання. Нехай $m = m(t)$ – маса речовини в момент часу t . За умови

$$\frac{dm}{dt} = -km; \quad k > 0; \quad m(0) = m_0,$$

де k – коефіцієнт пропорційності. Знак мінус береться тому, що з часом кількість речовини зменшується. Отримали диференціальне рівняння з відокремлюваними змінними. Розв'язуючи це рівняння, дістаємо, що

$$m = m_0 e^{-kt} - \text{закон зміни маси речовини від часу.}$$

$$\text{Відповідь: } m = m_0 e^{-kt}.$$

Задача 15.6. З експерименту відомо, що швидкість розмноження бактерій у разі достатнього запасу їжі пропорційна їх кількості. Визначити за який час кількість бактерій збільшиться в m разів порівняно з початковою кількістю.

Розв'язання. Якщо $x(t)$ – кількість бактерій у момент часу t , $x(0) = x_0$, то зміна їх кількості описується

$$x'(t) = kx, \quad k > 0.$$

Звідси

$$\frac{dx}{x} = k dt, \quad x = C e^{kt}, \quad x_0 = x_0 e^{kt}.$$

Час T , за який кількість бактерій збільшиться в m разів знаходиться з рівняння

$$x(T) = mx_0, \quad mx_0 = x_0 e^{kt} : \quad T = \frac{\ln m}{k}.$$

$$\text{Відповідь: } T = \frac{\ln m}{k}.$$

Задача 15.7. Матеріальна точка масою m вільно падає під дією гравітаційної сили. Нехтуючи опором повітря, визначити закон руху точки.

Розв'язання. На вертикальній осі, вздовж якої падає точка, зафіксуємо точку відліку O й задамо додатний напрям – від точки O вниз. Положення точки визначається координатою $y(t)$ – відстанню її від фіксованої точки O в момент часу t .

Точка падає під дією гравітаційної сили $F_g = mg$. Тому згідно з другим законом Ньютона $ma = F$. Маємо

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = mg, \quad \frac{d^2 y}{dt^2} = g.$$

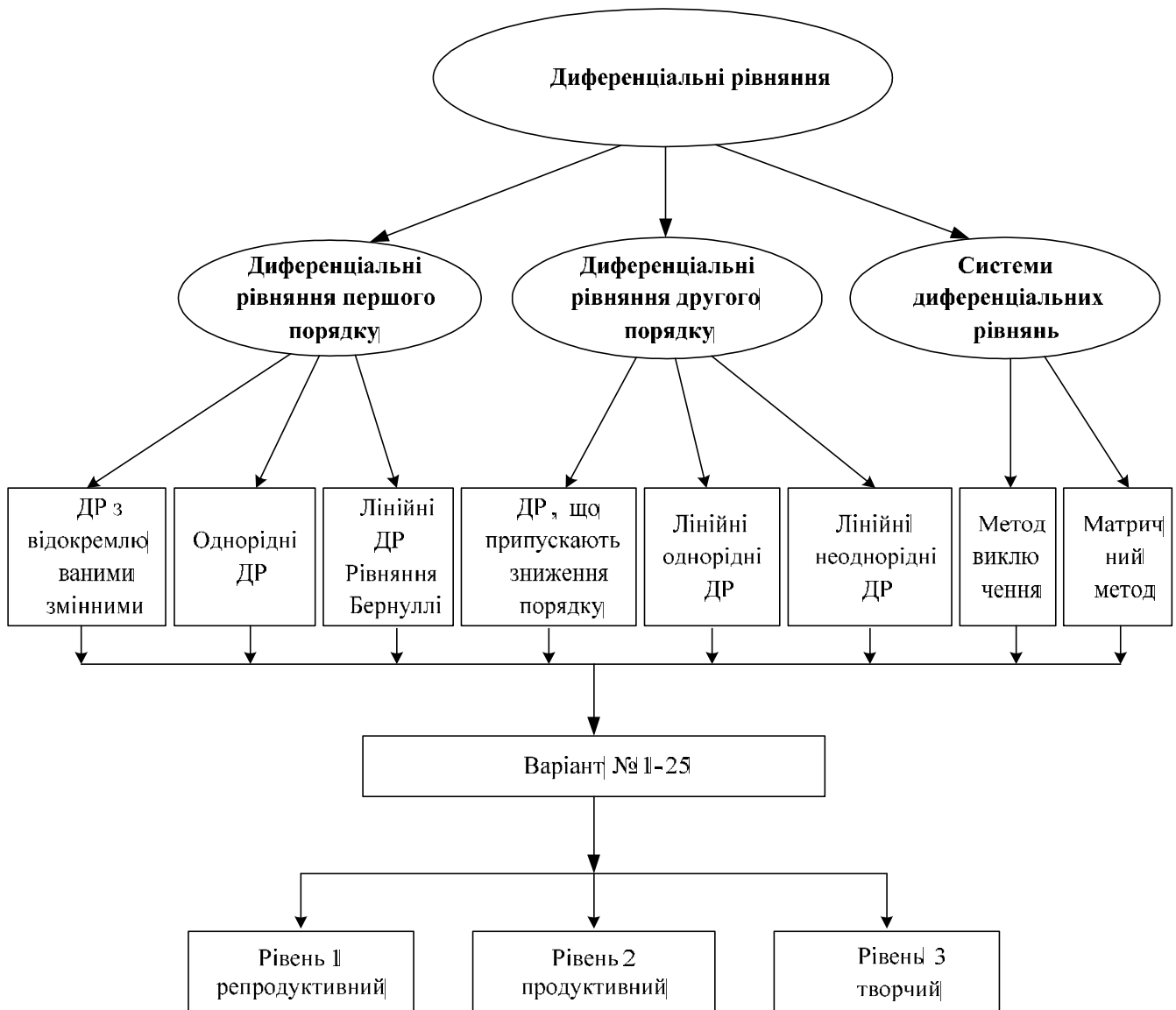
Зінтегрувавши двічі останню рівність, знаходимо

$$y(t) = \frac{gt^2}{2} + C_1 t + C_2, \text{ де } C_1 \text{ і } C_2 - \text{довільні сталі.}$$

Ця формула визначає закон руху матеріальної точки.

Відповідь: $y(t) = \frac{gt^2}{2} + C_1 t + C_2.$

**16. Структурно-логічна схема тесту
з модуля «Диференціальні рівняння»**



17. Типи завдань для перевірки знань студентів з теми "Диференціальні рівняння", за рівнями засвоєння

1. Низький (початковий рівень).

Для перевірки знань першого рівня використовуються тестові завдання з вибором однієї правильної відповіді з метою установлення рівня теоретичних знань:

Приклад теоретичного завдання: Диференціальне рівняння виду $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$ називається:

- 1) рівнянням в частинних похідних;
- 2) звичайним диференціальним рівнянням 1-го порядку;
- 3) звичайним диференціальним рівнянням n-го порядку;
- 4) рівнянням з частинними похідними n-го порядку.

2. Середній рівень.

Для перевірки знань другого рівня варто використовувати як теоретичні завдання (тестові завдання закритого типу), так і практичні.

Приклад теоретичного завдання: Визначити тип диференціального рівняння $y' \sin x = (y + 1) \cos x$:

- 1) однорідне;
- 2) лінійне;
- 3) рівняння Бернуллі;
- 4) рівняння з відокремлюваними змінними.

Для того, щоб правильно виконати завдання такого типу, студент повинен володіти основними теоретичними знаннями про ДР і вміти виконувати найпростіші операції для приведення рівняння до цього типу.

Приклад практичного завдання: Розв'язати ДР з відокремлюваними змінними $y \cdot y' = x$ і обрати правильну відповідь.

Відповіді: 1) $y = x^2 + C$; 2) $y^2 = \frac{x^2}{2}$; 3) $y^2 = x^2$; 4) $y^2 = x^2 + C$.

У всіх завданнях закритого типу враховано типові помилки, яких припускаються студенти. В даному випадку це знаходження одного з можливих розв'язків, а не їх сімейства.

3. Достатній рівень.

Для перевірки знань більш високого – достатнього рівня пропонуються завдання такого типу:

Приклад. Яка функція, є загальним розв'язком ДР зі сталими коефіцієнтами $y'' - 3y' = 0$:

1) $y = C_1 \cdot x + C_2 \cdot e^{3x}$; 2) $y = C_1 + C_2 \cdot e^{3x}$; 3) $y = C_2 \cdot e^{3x}$; 4) $y = C_1 + C_2 \cdot e^{-3x}$.

Для розв'язування такого завдання студент повинен вміти складати характеристичне рівняння, виконувати алгебраїчні операції, а також знати структуру розв'язку такого типу диференціальних рівнянь.

4. Високий рівень.

З метою перевірки знань високого рівня засвоєння навчального матеріалу використовуються комплексні завдання, які можуть містити завдання не тільки за матеріалом цього розділу, а такі, що поєднані з попередньо вивченими розділами вищої математики та інших дисциплін математичної спрямованості.

Приклад. Кількість світла, яка поглинається під час проходження через тонкий шар води, пропорційна кількості світла, яка падає, і товщині шару. Якщо під час проходження шару води завтовшки 3 м поглинається половина початкової кількості світла, то яка частина цього світла дійде до глибини 30 м?

18. Структура дистанційного курсу «Диференціальні рівняння»

Дистанційний курс «Диференціальні рівняння» спрямований на поєднання традиційних і інноваційних методів навчання, на індивідуалізацію навчання з урахуванням особистих особливостей студентів, зокрема типу мислення, темпу проходження навчального матеріалу, рівнів пізнавальної активності й самостійності, навчальної працездатності, навченості (досягнутих успіхів).

Навчальний контент дистанційного курсу доступний тільки для авторизованих користувачів, тому для початку роботи з даним курсом необхідно зареєструватися (див. рис. 18.1 та 18.2).

  **Регистрация**

Регистрация пользователей:

- "Пользователь ресурсов СИМ"
- "Абитуриент"
- "Студент"
- "Преподаватель"
- "Менеджер"
 - Студентам и преподавателям НТУ "ХПИ" доступ предоставляется свободно после проверки данных регистрации и аутентификации пользователя.
 - Доступ сторонним пользователям возможен по согласованию с Администрацией СИМ.
 - После регистрации ВСЕ пользователи получают доступ к внутренней почте СИМ.

Пользователь ресурсов СИМ - получает доступ к полнотекстовой базе учебно-методических материалов, возможность пользоваться внутрисистемной почтой.

Абитуриент - получает доступ к внутрисистемной почте, и, с ее помощью, может подать заявку на обучение в качестве студента. Опция предназначена для пользователей, не являющихся студентами НТУ "ХПИ". Работу с абитуриентами проводит менеджер по приему.

Студент - получает доступ к полнотекстовой базе учебно-методических материалов, возможность пользоваться внутрисистемной почтой, дистанционно изучать курсы и программы курсов, входящие в состав СИМ, использовать соответствующие сервисы и инструменты системы, а также поддерживать постоянный контакт со своими преподавателями и соучениками. Доступ к сервисам системы студент получает после подтверждения регистрации менеджером.

Преподаватель - получает возможность заниматься преподавательской деятельностью в режиме дистанционного обучения, используя соответствующие сервисы и инструменты системы, создавать и модифицировать учебные ресурсы СИМ. Доступ к сервисам системы преподаватель получает после подтверждения регистрации деканом.

Менеджер - регистрация в качестве "Менеджера" возможна только после предварительного согласования с деканом СИМ.

Общая часть регистрационной формы для всех категорий пользователей

Имя пользователя:

Временный пароль для внутренней почты:

Повторите пароль:

Выберите категорию пользователей, в которой Вы будете регистрироваться:

- ☐ Пользователь ресурсов СИМ
- ☐ Абитуриент
- ☐ Студент
- ☐ Преподаватель
- ☐ Менеджер

Рис. 18.1 Реєстраційна форма користувачів ДК

Регистрационная форма студента

поля, отмеченные * обязательны для заполнения

Фамилия*:

Имя*:

Отчество:

номер зачётной книжки*:

Паспортные данные* (серия, № паспорта, где, когда и кем выдан):

e-mail:

Если у вас нет адреса электронной почты, то пользуйтесь внутренней почтой СИМ; почтовый ящик во внутренней почте СИМ Вы получите после отправки данных этой регистрационной формы на сервер СИМ.

Дата рождения:

Почтовый адрес (почтовый индекс, страна, город...):

Телефон домашний:

Мобильный телефон:

О себе:

Укажите специальность/учебную программу/отдельный курс /цикл лабораторных работ

Информацию об учебных программах/курсах/циклах лабораторных работ, входящих в состав учебного модуля Вы можете получить в разделе [Ресурсы СИМ на главной странице СИМ](#)

С порядком обучения ознакомлен: ☐

Рис. 18.2 Реєстраційна форма студентів

З метою ефективного навчання дистанційний курс містить головні блоки: теоретичний, практичний, методичний, інформаційний, інтерактивний і блок індивідуального контролю (рис. 18.3).

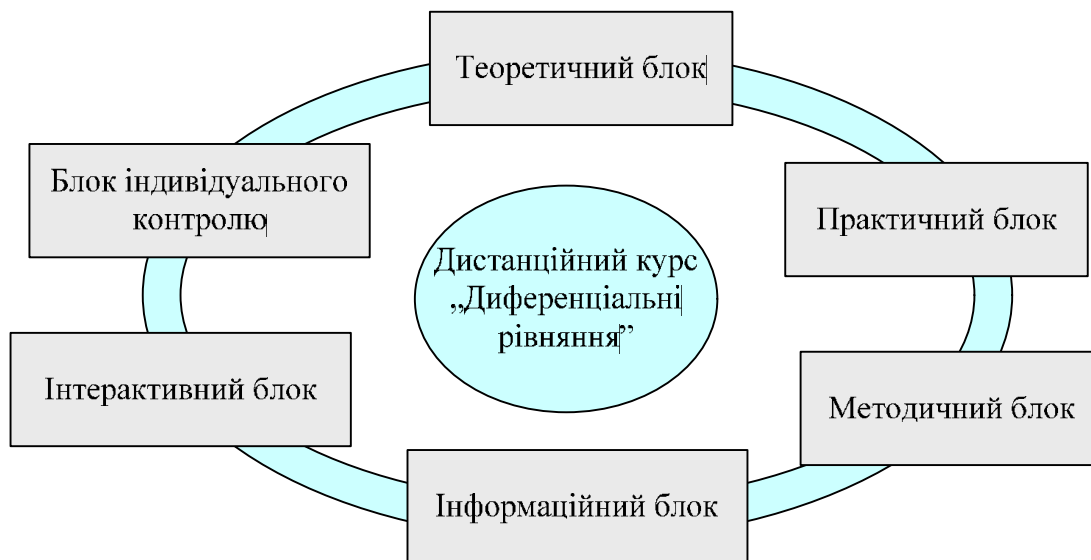


Рис. 18.3 Складові дистанційного курсу «Диференціальні рівняння»

Теоретичний блок: електронні конспекти лекцій з кожної теми модуля «Диференціальні рівняння», семантичні і опорні конспекти модуля, слайд-лекції (рис. 18.4).

Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку.
Рівняння Бернуллі.

Мета лекції – навчитися відрізняти і розв'язувати лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку і рівняння Бернуллі. Ознайомитись з методом Бернуллі розв'язування лінійних диференціальних рівнянь 1-го порядку

Зміст:

- Означення ЛДР 1-го порядку
- Символічний вигляд ЛДР 1-го порядку
- Символічний вигляд рівняння Бернуллі
- Метод Бернуллі
- Метод Лагранжа

ІТТУ „ХПІ”, кафедра ВМ

Література

- Геворкян Ю.Л., Григорьев А.Л., Чикина П.А. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – XI: ІТТУ «ХПІ», 2004. – 200с.
- Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа. – М.: Наука, 1973. – 720с.
- Геворкян Ю.Л., Григорьев А.Л., Чикина П.А. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. – XI: ХГПУ, 1999. – 130с.
- Высшая математика в примерах и задачах Т. 2/ Под ред. Ю.Л. Геворкяна. – XI: ІТТУ «ХПІ», 2005. – 412с.
- Берман Г.Н. Сборник задач по математическому анализу. – М.: Наука, 1985. – 383 с
- Сборник задач по математике для вузов. Ч. 2. Специальные разделы математического анализа: учеб. пособие для вузов. / под ред. А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича – М.: Наука. 1986. – 368 с.



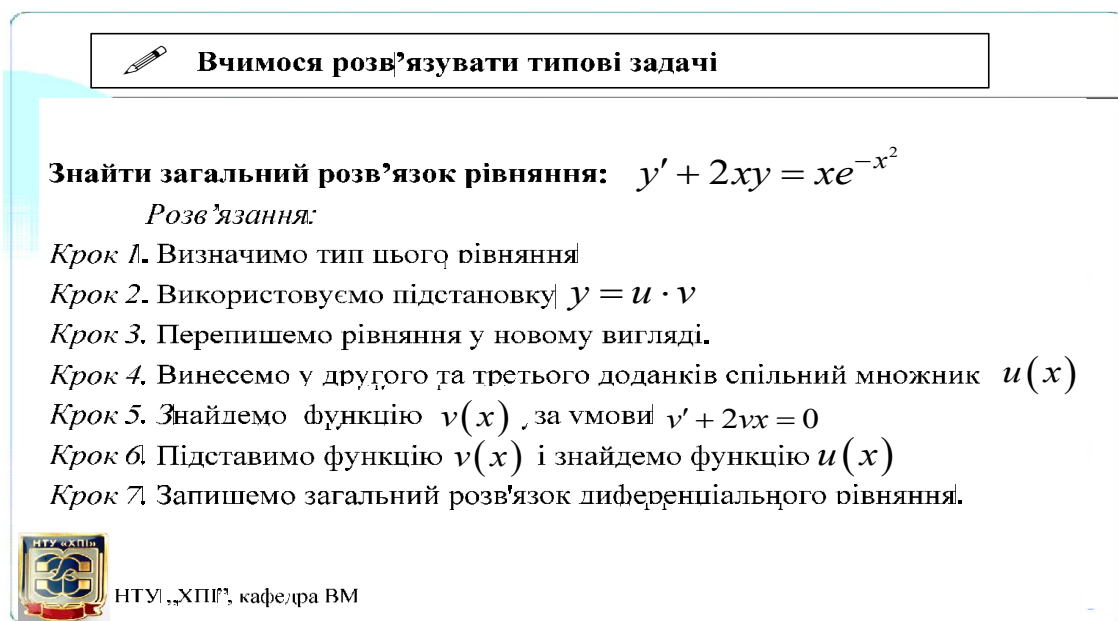
НТУ „ХПІ”, кафедра ВМ

Рис. 18.4 Фрагменти слайдів лекції

Практичний блок: приклади розв'язування типових завдань, що сприяють формуванню математичного апарату у студентів, професійно-спрямованих задач, необхідних студентам для подальшого вивчення спеціальних дисциплін, завдання для самостійного розв'язування з евристичними підказками (рис. 18.5).

Основні задачі практичного блоку:

- використання контенту дистанційного курсу на практичних і лабораторних заняттях з вивчення диференціальних рівнянь;
- формування навичок самостійної роботи;
- розвиток вміння узагальнювати, аналізувати і систематизувати вивчений матеріал.



Вчимося розв'язувати типові задачі

Знайти загальний розв'язок рівняння: $y' + 2xy = xe^{-x^2}$

Розв'язання:

Крок 1. Визначимо тип цього рівняння

Крок 2. Використовуємо підстановку $y = u \cdot v$

Крок 3. Перепишемо рівняння у новому вигляді.

Крок 4. Винесемо у другого та третього доданків спільний множник $u(x)$

Крок 5. Знайдемо функцію $v(x)$, за умови $v' + 2vx = 0$

Крок 6. Підставимо функцію $v(x)$ і знайдемо функцію $u(x)$

Крок 7. Запишемо загальний розв'язок диференціального рівняння.

 НТУ „ХПІ”, кафедра ВМ

Рис.18.5 Фрагмент слайдів для розв'язування типових задач

Методичний блок: навчальна програма з модуля «Диференціальні рівняння», навчальний матеріал до модуля, методичні вказівки до вивчення модуля.

Основні задачі методичного блоку:

- визначити місце і роль модуля «Диференціальні рівняння» у процесі формування фахівця;
- висвітлення змісту модуля, набір компетенцій, яких набуває студент у результаті вивчення модуля «Диференціальні рівняння».

Інформаційний блок: список рекомендованої літератури, путівник курсу,

Основна задача інформаційного блоку:

- формування системи інформаційних ресурсів з модуля «Диференціальні рівняння».

Інтерактивний блок: он-лайн тестування, форуми, чати.

Основні задачі інтерактивного блоку:

- реалізація принципу оберненого зв'язку;
- реалізація он-лайн спілкування викладача зі студентами, студентів між собою;

- використання інтерактивних технологій при вивченні диференціальних рівнянь.

Блок індивідуального контролю: набір тестів за кожною темою і підсумковий тест.

Основні задачі блока індивідуального контролю:

- реалізація індивідуального тестування, що дасть можливість надати вчасно допомогу по вивченню даного модуля;
- за результатами тестування скласти індивідуальний графік навчання студентів;
- можливість самоконтролю для ліквідації заборгованості та покращувати свої результати.

Даний дистанційний курс реалізує інтеграцію традиційних і дистанційних форм і засобів навчання диференціальних рівнянь, що передбачено моделлю змішаного навчання.

19. Робоча програма модуля «Диференціальні рівняння», розроблена на засадах компетентнісного підходу

19.1. Опис навчального модуля

Найменування показників	Напря́м підготовки (шифр і назва), спеціальність (назва), освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчального модуля
		денна форма навчання
Кількість кредитів – 2	Напря́м підготовки: <u>6.050502 – «Інженерна механіка»</u> (шифр і назва)	Нормативний
Загальна кількість годин – 87	Спеціальності: <u>«Технологія машинобудування»</u> , «Металорізальні верстати та системи», «Гідравлічні і пневматичні машини» , «Автоматизоване управління технологічними процесами», «Підйомно - транспортні будівельні, дорожні машини і обладнання» .	Рік підготовки: 2-й
Кількість окремих тем – 2		Семестр: 3-й
Розрахункове-графічне завдання (індивідуальне)		Змістовий модуль № 2
		Лекції – 14 год.
Тижневих годин для денної форми навчання:		Практичні заняття – 16 год.
Аудиторних – 3/3	Освітньо-кваліфікаційний рівень: бакалавр	Самостійна робота студентів – 55 год.
Самостійної роботи студентів – 55 год.		У т.ч. РГЗ – 27 год.
		Вид контролю: іспит

19.2. Мета та завдання модуля «Диференціальні рівняння»

Мета модуля «Диференціальні рівняння»:

- *теоретична і практична підготовка студентів з основ теорії диференціальних рівнянь;*

- формування умінь складати і розв'язувати диференціальні рівняння;
- набуття навичок використання диференціальні рівняння до розв'язування прикладних задач, що стане базою для вивчення інших розділів вищої математики та профільних дисциплін старших курсів;
- теоретична і практична підготовка інженерів даних спеціальностей щодо засвоєння математичних методів, які надають можливість аналізувати і моделювати технічні пристрої, процеси та явища;
- формування вмінь розв'язувати різноманітні практичні задачі, що виникають як у процесі проектування, так і у процесі використання різних інформаційно-вимірювальних технологій;
- формування предметних компетентностей з диференціальних рівнянь.

Завдання модуля «Диференціальні рівняння»:

- вивчення теоретичних основ теорії диференціальних рівнянь (диференціальні рівняння різних типів та їх системи);
- дослідження фізичних процесів та явищ, складання їх математичних моделей за допомогою диференціальних рівнянь та їх систем;
- опанування різноманітними методами розв'язування диференціальних рівнянь (систем диференціальних рівнянь) і вибір серед них найраціональнішого методу.

19.3. Програма змістового модуля «Диференціальні рівняння»

Тема 1. Задачі, що приводять до диференціальних рівнянь. Диференціальні рівняння першого порядку, теорема про існування та єдиність розв'язку. Диференціальні рівняння вищих порядків, що припускають зниження порядку.

Тема 2. Лінійні диференціальні рівняння (ЛДР) n -го порядку. Лінійні однорідні диференціальні рівняння (ЛОДР). Фундаментальна система розв'язків ЛОДР. Теорема про структуру загального розв'язку ЛОДР. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння (ЛНДР). ЛОДР з постійними коефіцієнтами. Рішення ЛНДР з постійними коефіцієнтами та спеціальною правою частиною. Метод варіації довільних сталих. Системи диференціальних рівнянь. Розв'язання нормальних систем диференціальних рівнянь з постійними коефіцієнтами.

19.4. Місце модуля «Диференціальні рівняння» в структурно-логічній схемі підготовки фахівця

Перелік модулів, на які безпосередньо спирається вивчення даної теми	Перелік дисциплін, вивчення яких безпосередньо спирається на дану тему
Лінійна алгебра	Загальна фізика
Аналітична геометрія	Загальна хімія
Диференціальне числення	Теоретична механіка
Інтегральне числення	Опір матеріалів
	Мехатроніка
	Гідравліка

19.5. Модель компетентностей бакалавра напряму підготовки

«Інженерна механіка»

Ключові компетентності

КК.1. Навчальна компетентність.

КК.1.1 Здобувати інформацію з різноманітних джерел різними способами, виділяти головне, аналізувати, оцінювати, використовувати на практиці.

КК.1.2 Складати алгоритм навчальної діяльності.

КК.1.3 Здійснювати навчальну діяльність у взаємодії.

КК.1.4 Прогнозувати результат своєї діяльності, докладати зусилля до його досягнення.

КК.1.5 Формулювати, висловлювати, доводити власну думку.

КК.1.6 Навчатися протягом усього життя, підвищувати професійний рівень.

КК.2 Громадянська компетентність.

КК.2.1 Орієнтуватися в проблемах суспільно-політичного життя.

КК.2.2 Здійснювати захист своїх громадянських прав та інтересів.

КК.2.3 Взаємодіяти з органами державної влади на користь собі й суспільству.

КК.2.4 Використовувати способи діяльності й моделі поведінки, що відповідають чинному законодавству України, задовольняють власні інтереси особи та захищають права людини й громадянина.

КК.2.5 Робити свідомий вибір та застосовувати демократичні технології прийняття індивідуальних і колективних рішень, враховуючи інтереси й потреби громадян, представників певної спільноти, суспільства та держави.

КК.3 Загальнокультурна компетентність.

КК.3.1 Спроможність аналізувати й оцінювати досягнення національної, європейської та світової науки й культури.

КК.3.2 Орієнтуватися в культурному й духовному контексті сучасного суспільства.

КК.3.3 Опановувати моделі толерантної поведінки.

КК.3.4 Створювати умови для конструктивної співпраці в умовах культурних, мовних і релігійних відмінностей між людьми та народами.

КК.3.5 Застосовувати методи самовиховання, орієнтовані на систему загальнолюдських цінностей.

КК.4 ІК-компетентність.

КК.4.1 Використовувати джерела інформації, зокрема ІКТ, для власного розвитку.

КК.4.2 Рационально використовувати комп'ютер для пошуку, опрацювання й систематизації, зберігання й передачі інформації.

КК.4.3 Оперувати технологіями та знаннями, що задовольняють потреби інформаційного суспільства.

КК.4.4 Застосовувати інформаційно-комунікаційні технології в навчанні і повсякденному житті.

КК.4.5 Будувати інформаційні моделі й досліджувати їх за допомогою інтерактивних засобів.

КК.4.6 Навчатися і працювати в інформаційному, інтерактивному середовищі.

КК.5 Соціальна компетентність.

КК.5.1 Продуктивної співпраці в групі та команді.

КК.5.2 Адаптуватись і визначати особисті цілі та виконувати різні ролі й функції в колективі.

КК.5.3 Планувати, розробляти й реалізовувати соціальні проекти індивідуальних і колективних дій.

КК.5.4 Визначати й реалізовувати мету комунікації в залежності від обставин.

КК.5.5 Підтримувати взаємини.

КК.5.6 Розв'язувати проблеми в різних життєвих ситуаціях.

КК.6 Підприємницька компетентність.

КК.6.1 Здатність співвідносити власні економічні інтереси з наявними матеріальними, трудовими й природними ресурсами, інтересами інших людей та суспільства.

КК.6.2 Бути готовим активно діяти, організовувати власну трудову й підприємницьку діяльність і працю колективу.

КК.6.3 Змінюватись і пристосовуватись до нових потреб ринку праці.

КК.6.4 Оцінювати власні професійні можливості та здібності.

КК.6.5 Складати й реалізовувати плани підприємницької діяльності, приймати економічно обґрунтовані рішення.

КК.6.6 Презентувати інформацію про результати власної економічної діяльності.

КК.7 Здоров'язберігаюча компетентність.

Професійні компетентності

ПК.1 Загальнолюдська компетентність

ПК.1.1 Загальнокультурна.

ПК.1.2 Моральна.

ПК.1.3 Політична.

ПК.1.4 Соціальна.

ПК.1.5 Інформаційна.

ПК.1.6 Комунікативна.

ПК.1.7 Етична.

ПК.1.8 Екологічна.

ПК.1.9 Валеологічна.

ПК.2 Загальнонаукова компетентність

ПК.2.1 Методологічна.

ПК.2.2 Теоретична.

ПК.2.3 Методична.

ПК.2.4 Дослідницька.

ПК.3 Загальнопрофесійна компетентність.

ПК.3.1 Загальнофахова.

ПК.3.2 Економічна.

ПК.3.3 Технічна.

ПК.3.4 Правова.

ПК.3.5 Психологічна.

ПК.3.6 Педагогічна.

ПК.4 Фахова компетентність.

ПК.4.1 Технологічна.

ПК.5 Функціональна компетентність.

ПК.5.1 Стратегічна.

ПК.5.2 Менеджерська.

ПК.5.3 Управління суб'єктами та об'єктами діяльності.

ПК.5.4 Виконавча.

ПК.6 Особистісна компетентність.

ПК.6.1 Мотиваційна.

ПК.6.2 Аутопсихологічна.

ПК.6.3 Регулятивна.

ПК.6.4 Адаптивна.

ПК.6.5 Навчальна.

Спеціальна математична компетентність в контексті ДР

СМК.1 Знання

СМК.1.1 Оперувати поняттями:

- диференціальних рівнянь, звичайних диференціальних рівнянь і рівнянь у частинних похідних;
- розв'язок диференціального рівняння, загальний і частинний розв'язки диференціального рівняння;
- початкових значень і початкових умов;
- інтегральної кривої;
- загального інтегралу;
- особливих точок і особливих розв'язків диференціального рівняння;
- диференціального рівняння з відокремлюваними змінним;
- однорідного і лінійного диференціального рівняння;
- диференціального рівняння в повних диференціалах;
- лінійного однорідного і лінійного неоднорідного диференціального рівняння;
- лінійної залежності та незалежності розв'язків диференціального рівняння;
- лінійного однорідного та неоднорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами;
- характеристичного рівняння, відповідного лінійному однорідному диференціальному рівнянню другого порядку зі сталими коефіцієнтами;
- інтегрованого множника;
- системи диференціальних рівнянь;
- нормальної і лінійної системи диференціальних рівнянь;
- розв'язку, загального і частинного розв'язків системи диференціальних рівнянь.

СМК.1.2 Мати уявлення про:

- порядок диференціального рівняння, порядок нормальної системи диференціальних рівнянь;
- рівняння Бернуллі;
- рівняння Лагранжа;
- рівняння Клеро;
- фундаментальну систему розв'язків лінійного однорідного диференціального рівняння.

СМК.1.3 Розуміти суть та формулювати теореми:

- про існування і єдиного розв’язку задачі Коші;
- про структуру загального розв’язку лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами;
- про загальний вигляд розв’язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами;
- про принцип суперпозиції.

СМК.1.4 Знати:

- типи і види диференціальних рівнянь;
- підстановки для розв’язування однорідного і лінійного диференціального рівняння першого порядку;
- підстановки для розв’язування диференціальних рівнянь другого порядку, що допускають зниження порядку.

СМК.1.5 Розуміти та використовувати для розв’язування диференціальних рівнянь та їх систем:

- метод Бернуллі;
- метод Лагранжа;
- принцип суперпозиції;
- метод виключення (для систем);
- матричний метод (для систем).

СМК.2 Уміння

СМК.2.1 Класифікувати:

- диференціальні рівняння за типами;
- диференціальні рівняння за видами;
- диференціальні рівняння та їх системи за порядком.

СМК.2.2 Визначати:

- тип диференціального рівняння;
- вид диференціального рівняння;
- порядок диференціального рівняння;
- структуру загального розв’язку лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами;
- загальний вигляд розв’язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами.

СМК.2.3 Складати:

- характеристичне рівняння лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами;
- загальний розв’язку лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами;
- частинний розв’язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами;
- загальний розв’язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами;
- матричне рівняння за виглядом системи диференціальних рівнянь;
- загальний розв’язок системи диференціальних рівнянь.

СМК.2.4 Знаходити:

- загальний і частинний розв’язки диференціальних рівнянь та їх систем;

- загальний розв’язок лінійних однорідних рівнянь другого порядку зі сталими коефіцієнтами;
- загальний розв’язок лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь другого порядку зі сталими коефіцієнтами із спеціальною правою частиною.

СМК.2.5 Зводити:

- диференціальні рівняння до однорідних або лінійних;
- задачі до диференціальних рівнянь;
- систему диференціальних рівнянь до одного (однорідного, неоднорідного) диференціального рівняння другого порядку.

СМК.2.6 Розв’язувати професійно-спрямовані задачі

- на встановлення залежності температури від часу, між пройденим шляхом і часом, маси речовини від часу, атмосферного тиску від висоти над рівнем моря;
- на знаходження швидкості тіла, закону руху тіла.

СМК.3 Навички

СМК.3.1 Інтегрувати диференціальні рівняння

СМК.3.2 Будувати:

- інтегральні криві, що є розв’язком диференціальних рівнянь;
- сім’ю кривих, які задовольняють початкові умови.

СМК.3.3 Записувати:

- диференціальні рівняння множин кривих;
- характеристичне рівняння лінійного однорідного рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами;
- загальний розв’язок лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами в залежності від коренів характеристичного рівняння;
- загальний розв’язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами.

СМК.3.4 Працювати з інтерактивними засобами (математичними програмами, дистанційним курсом, електронною бібліотекою, Internet ресурсами тощо).

СМК.4 Ставлення до предмету.

СМК.4.1 Виявлення активної позиції у процесі навчання диференціальних рівнянь:

- самостійне знаходження джерел додаткової інформації з теорії диференціальних рівнянь і її опрацювання;
- висловлювання власної думки і висування своїх гіпотез щодо методів розв’язування диференціальних рівнянь;
- виявлення особливих творчих здібностей і самостійний розвиток власних нахилів і здібностей.

СМК.4.2 Самореалізація у процесі навчання диференціальних рівнянь:

- виконання творчого індивідуального графічного-розрахункового завдання;
- участь у математичних вікторинах, конференціях;
- участь у розробці навчально-методичного забезпечення навчання диференціальних рівнянь.

СМК.4.3 Здатність встановлювати внутрішньо предметні зв’язки з:

- лінійною алгеброю;

- векторною алгеброю;
- аналітичною геометрією;
- диференціальним численням;
- інтегральним численням.

СМК.4.4 Здатність встановлювати міжпредметні зв'язки з:

- загальною фізикою;
- теоретичною механікою;
- загальною хімією;
- механікою рідин та газів;
- гідравлікою, гідро- та пневмоприводами.

19.6. Планування вивчення модуля «Диференціальні рівняння»

Порядковий № заняття (в семестрі)	навчальн. заняття (Л; ПЗ; СРС)	Кількість годин	Найменування тем і питань кожного заняття. Завдання на самостійну роботу студентам	Компетентності, які формуються
13	Л	2	Диференціальні рівняння: основні означення. Диференціальні рівняння першого порядку. Теорема про існування і єдиність розв'язку диференціального рівняння. Інтегровані типи диференціальних рівнянь першого порядку: з подільними змінними, однорідні диференціальні рівняння першого порядку.	КК.1.1, КК.1.2, КК.1.3, КК.1.4, КК.1.5, КК.1.6, КК.3.1, КК.3.2, КК.4.1, КК.4.2, КК.4.4, КК.5.1, КК.5.4, КК.6.4, КК.6.5, ПК.1.3, ПК.1.4, ПК.1.5, ПК.1.6, ПК.2.4, ПК.3.3, ПК.3.6, ПК.4.1,
14	ПЗ	2	Інтегровані типи диференціальних рівнянь 1-го порядку: з подільними змінними, однорідні диференціальні.	
15	Л	2	Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку і рівняння Бернуллі. Диференціальні рівняння другого порядку: основні означення. Диференціальні рівняння, що припускають зниження порядку.	
16	ПЗ	2	Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку і рівняння Бернуллі.	
17	Л	2	Загальна теорія лінійних диференціальних рівнянь. Лінійні	

			однорідні диференціальні рівняння (ЛОДУ). Лінійний диференціальний оператор, його властивості. Властивості рішень ЛОДУ.	ПК5.3, ПК.5.4, ПК.6.1, ПК.6.4, ПК.6.5, СМК.1.1, СМК.1.2, СМК.1.3, СМК.1.4., СМК.1.5, СМК.2.1, СМК.2.2, СМК.2.3, СМК.2.4, СМК.2.5, СМК.2.6, СМК.3.1, СМК.3.2, СМК.3.3, СМК.3.4, СМК.4.1, СМК.4.2, СМК.4.3, СМК.4.4.
18	ПЗ	2	Диференціальні рівняння, що припускають зниження порядку.	
19	Л	2	Лінійна залежність функцій. Визначник Вронського. Фундаментальна система рішень ЛОДУ. Теорема про структуру загального розв'язку ЛОДУ. ЛОДУ зі сталими коефіцієнтами.	
20	ПЗ	2	ЛОДУ зі сталими коефіцієнтами	
21	Л	2	Теорема про структуру загального розв'язку ЛНДУ. Метод варіації довільних сталих. ЛНДУ зі сталими коефіцієнтами і спеціальною правою частиною.	
22	ПЗ	2	ЛНДУ : метод варіації довільних сталих.	
23	Л	2	Системи ЛДР: основні означення. Інтегрування систем ЛДР n-го порядку методом виключення.	
24	ПЗ	2	ЛНДУ з постійними коефіцієнтами із спеціальною правою частиною.	
25	Л	2	Однорідні системи ЛДР. Метод характеристичного многочлена.	
26	ПЗ	2	Інтегрування систем ЛДУ 2-го порядку методом виключення.	
27	МК	2	Модульна контрольна № 2	
28	ПЗ	2	Захист РГЗ.	
	СРС	27	Виконання розрахунково-графічного завдання РГЗ № 1: «Диференціальні рівняння».	
	СРС	28		
Усього за М 2	Л -7 ПЗ - 8 МК - 1	А- 32 СР С - 55		
Разом		87		

19.7. Методи навчання

- пояснювально-ілюстративний;
- випереджальний спосіб організації засвоєння теоретичного матеріалу;
- лекційно-практичне викладання;
- рівнева диференціація;
- проблемний;
- ситуаційне моделювання;
- дистанційне навчання;
- презентації;
- тестування;
- інтерактивний метод тощо.

19.8. Розрахунково-графічні завдання студентам

№ семестра	Вид та тема роботи	Число навчальних тижнів на виконання	Строки захисту (на якому тижні семестру)
3	РГЗ №1: Диференціальні рівняння	5 (0.75 кредит)	9

19.9. Форми і методи контролю

Контроль засвоєння навчального матеріалу з теми «Диференціальні рівняння» передбачає:

- проведення самостійних, контрольних та модульних контрольних робіт;
- перевірку розрахунково-графічних завдань;
- перевірку домашніх завдань;
- проведення колоквіуму;
- проведення тестового контролю;
- проведення іспиту.

Для визначення рівня засвоєння студентами навчального матеріалу використовуються наступні методи оцінювання знань:

- поточне оцінювання вивчення кожного змістового модулю;
- оцінки за індивідуальну самостійну роботу;
- підсумковий письмовий іспит.

Для діагностики знань використовується модульно-рейтингова система за 100 бальною шкалою оцінювання.

Додаткові призові бали:

1. Активність роботи на аудиторних заняттях – 10%.
2. Ведення конспектів лекцій і робочих зошитів для практичних занять – 5%.
3. Підготовка реферату, доповіді чи мультимедійних ілюстративних матеріалів тощо – 20% за кожний вид роботи.

Додаткові штрафні бали:

1. Пропуски (без поважних причин, підтверджених документами) аудиторних занять – 5% (за кожну годину).

2. Порухення навчальної дисципліни (підтверджене рапортом викладача) на аудиторних заняттях – 5% за кожне порушення.

19.10. Засоби для проведення підсумкового контролю

Коли проводяться (№ занять)	Зміст модульних контрольних робіт	Строки проведення (на якому тижні семестру)
3 семестр		
27	Модульна контрольна № 2: Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку. Диференціальні рівняння, що припускають зниження порядку. Метод варіації довільних сталих. ЛНДУ зі сталими коефіцієнтами і спеціальною правою частиною. Інтегрування систем ЛДР 2-го порядку методом виключення.	9

19.11. Критерії оцінювання навчальних досягнень студентів з теми «Диференціальні рівняння»

Рівні навчальних досягнень студентів	Критерії оцінювання навчальних досягнень студентів	Показники (бали)
I. Низький рівень	Студент: <i>розпізнає</i> диференціальне рівняння із запропонованих рівнянь; <i>класифікує</i> диференціальні рівняння, але не пояснює свій вибір; <i>за допомогою викладача розв'язує</i> типові диференціальні рівняння найпростіші геометричні криві, що є розв'язками диференціальних рівнянь.	0-59
II. Середній рівень	Студент: <i>розпізнає</i> один із кількох запропонованих видів диференціальних рівнянь, виділивши його серед інших; <i>класифікує</i> диференціальні рівняння і пояснює свій вибір; <i>за допомогою викладача розв'язує</i> типові диференціальні рівняння та їх системи; <i>зображує</i> найпростіші геометричні криві, що є розв'язками диференціальних рівнянь.	60-74

III. Достатній рівень	Студент: <i>ілюструє</i> означення диференціальних рівнянь, формулювань теорем; <i>самостійно розв'язує</i> завдання обов'язкового рівня з достатнім поясненням; <i>частково аргументує</i> математичні міркування й розв'язування диференціальних рівнянь та їх систем; <i>виправляє</i> допущені помилки; <i>використовує</i> набуті знання і вміння в знайомих для нього ситуаціях; <i>володіє</i> навичками математичного моделювання	75-89
IV. Високий рівень	Студент: <i>усвідомлює</i> нові для нього математичні факти, ідеї; <i>вміє моделювати</i> виробничі ситуації мовою математики; <i>застосовує</i> математичні методи для розв'язування виробничих задач; <i>використовує</i> набуті знання і вміння в незнайомих для нього ситуаціях; <i>вміє</i> узагальнювати й систематизувати набуті знання	90-100

19.12. Інформаційно-методичне забезпечення

№ п/р	Назви підручників, навчальних посібників
1	Геворкян Ю. Л. Краткий курс высшей математики : учеб. пособие: в 2-х ч. / Ю.Л. Геворкян, А.Л. Григорьев, Н.А. Чикина. – Ч. 1,2. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2011.
2	Бермант А. Ф. Краткий курс математического анализа / А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович. – М.: Наука, 1973.
3	Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов / Н. С. Пискунов. – Т.1,2. – М.: Наука, 1985.
4	Высшая математика в примерах и задачах : учебн. пособие / под ред. Ю. Л. Геворкяна. – Т. 1,2. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2005.
5	Збірник розрахунково-графічних завдань з вищої математики: у 2 ч. – Ч. 1, 2/за ред. Чікіної Н.О. – Харків: Підручник НТУ «ХПІ», 2012, 2013.
6	Вища математика в прикладах і задачах. – Т.2./ Під ред. Л.В. Курпи. - Харків: НТУ «ХПІ», 2009.- 532с.
7	Берман Г.Н. Сборник задач по математическому анализу. – М.:Наука, 1977.-416с.
8	Бугров Я.С. Дифференциальное и интегральное исчисление / Я.С. Бугров, С.М. Никольский. – М.: Наука, 1988.
9	Краснов М.Л. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И.

	Макаренко.- М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981.-304с.
--	---

19.13. Назва модуля, кількість кредитів

Семестр	№ модуля	№ тижня для здачі модуля	Назва модуля	Кількість кредитів
1	2	9	Диференціальні рівняння	2

19.14. Теми лекцій

№ з/п	Назва теми лекції	Кількість годин
1.	Диференціальні рівняння: основні означення. Диференціальні рівняння першого порядку. Теорема про існування і єдиність розв'язку диференціального рівняння. Інтегровані типи диференціальних рівнянь першого порядку: з подільними змінними, однорідні диференціальні рівняння першого порядку.	2
2.	Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку і рівняння Бернуллі. Диференціальні рівняння другого порядку: основні означення. Диференціальні рівняння, що припускають зниження порядку.	2
3.	Загальна теорія лінійних диференціальних рівнянь. Лінійні однорідні диференціальні рівняння (ЛОДУ). Лінійний диференціальний оператор, його властивості. Властивості рішень ЛОДУ.	2
4.	Лінійна залежність функцій. Визначник Вронського. Фундаментальна система рішень ЛОДУ. Теорема про структуру загального розв'язку ЛОДУ. ЛОДУ зі сталими коефіцієнтами.	2
5.	Теорема про структуру загального розв'язку ЛНДУ. Метод варіації довільних сталих. ЛНДУ зі сталими коефіцієнтами і спеціальною правою частиною.	2
6.	Системи ЛДР: основні означення. Інтегрування систем ЛДР n-го порядку методом виключення.	2
7.	Однорідні системи ЛДР. Метод характеристичного многочлена.	2
Загалом годин		14

19.15. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми практичного заняття	Кількість годин
1.	Інтегровані типи диференціальних рівнянь 1-го порядку: з подільними змінними, однорідні диференціальні.	2
2.	Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку і рівняння Бернуллі.	2
3.	Диференціальні рівняння, що припускають зниження порядку.	2

4.	ЛОДУ зі сталими коефіцієнтами	2
5.	ЛНДУ : метод варіації довільних сталих.	2
6.	ЛНДУ з постійними коефіцієнтами із спеціальною правою частиною.	2
7.	Інтегрування систем ЛДУ 2-го порядку методом виключення.	2
8.	Захист РГЗ.	2
Загалом годин		16

19.16. Самостійна робота

№ з/п	Назва тем	Кількість годин
1.	Виконання розрахунково-графічного завдання: «Диференціальні рівняння».	27
2.	Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку і рівняння Бернуллі.	4
3.	Диференціальні рівняння, що припускають зниження порядку.	4
4.	ЛОДУ зі сталими коефіцієнтами	4
5.	ЛНДУ : метод варіації довільних сталих.	4
6.	ЛНДУ з постійними коефіцієнтами із спеціальною правою частиною.	4
7.	Інтегрування систем ЛДУ 2-го порядку методом виключення.	4
8.	Захист РГЗ.	4
Загалом годин		55

19.17. Карта самостійної роботи студентів (СРС) з модуля «Диференціальні рівняння»

Самостійна робота студентів при вивченні модуля «Диференціальні рівняння» розподіляється на обов'язкову і вибірку.

До **обов'язкової роботи студентів** належить:

- опрацювання лекційного і додаткового теоретичного матеріалу (спираючись на рекомендовану літературу і додатково знайдені джерела інформації);
- підготовка до практичних занять;
- виконання розрахунково-графічних завдань (РГЗ).

До **вибіркової роботи студентів** належить:

- робота з дистанційним курсом «Диференціальні рівняння» (ДР).

Вид самостійної роботи	Термін виконання	Форма контролю
Обов'язкова СРС		
Опрацювання лекційного і додаткового теоретичного матеріалу	Протягом вивчення модуля ДР	МК № 2
Підготовка до практичних занять	Протягом вивчення модуля ДР	Математичний диктант, самостійна робота, тестування
Виконання РГЗ	Протягом 3-х	Захист РГЗ

	тижнів	
Вибіркова СРС		
Робота з дистанційним курсом ДР	Протягом вивчення модуля ДР	Виконання тестових завдань в дистанційному режимі

19.18. Навчальна і методична література

Основна

1. Геворкян Ю.Л., Григорьев А.Л., Чикина Н.А. Краткий курс высшей математики. Часть 1. – Х.: НТУ «ХПИ», 2009. – 324с.
2. Геворкян Ю.Л., Григорьев А.Л., Чикина Н.А. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – Х.: НТУ «ХПИ», 2004. – 200с.
3. Бермант А.Ф., Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа. – М.: Наука, 1973. – 720с.
4. Геворкян Ю.Л. Теория пределов и дифференциальное исчисление функции одной переменной. – К.: ИСИО, 1993. – 124с.
5. Высшая математика в примерах и задачах Т. 1./ Под ред. Ю.Л. Геворкяна. – Х.: НТУ «ХПИ», 2005. – 448с.
6. Геворкян Ю.Л. Интегральное исчисление функции одной переменной. – К.: ИСИО, 1993. – 144с.
7. Геворкян Ю.Л., Григорьев А.Л., Чикина Н.А. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. – Х.: ХГПУ, 1999. – 130с.
8. Геворкян Ю.Л., Григорьев А.Л., Чикина Н.А. Ряды. – Х.: ХГПУ, 2000. – 118с.
9. Высшая математика в примерах и задачах Т. 2/ Под ред. Ю.Л. Геворкяна. – Х.: НТУ «ХПИ», 2005.-412с.
10. Араманович И.Г., Лунц Г.Л., Эльсгольц Л.Э. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. – М.: Наука, 1968. – 416с.
11. Берман Г.Н. Сборник задач по математическому анализу. – М.: Наука, 1985. – 383 с.
12. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. – М.: Наука, 1985. – 241 с.
13. Операційне числення: навч. посібник / Потаніна Т.В., Першина Ю.І. та ін. – Х.: НТУ «ХПИ», 2012. – 72 с.
14. Сборник задач по математике для вузов. Ч. 2. Специальные разделы математического анализа: учеб. пособие для вузов. / под ред. А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича – М.: Наука. 1986. – 368 с.

Додаткова

1. Бугров Я.С., Никольский С.М. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. – М.: Наука, 1980.
2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для вузов. – М.: Наука, 1970, 1985. – Т.1.
3. Дорошенко Н.К., Мясникова В.Ф. Ряды. – Х.: ХДПУ, 2000. – 116с.

4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление для втузов. – М.: Наука, 1970, 1985. – Т.2.

5. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов / Под ред. Демидовича Б.П. – М.: Астрель, 2003. – 495 с.

19.19. Інформаційні ресурси

Дистанційний курс «Диференціальні рівняння»: <http://cde.kpi.kharkov.ua/>

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Белова Ю.Ю. Модель професійної компетентності майбутнього інженера машинобудівної галузі / Ю.Ю. Белова // Наук. зап. Бердян. пед. ун-ту, – 2010. – № 3. – С. 16.
2. Бібік Н.М. Компетентнісний підхід: рефлексивний аналіз застосування [Електронний ресурс] / Н.М. Бібік // Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи : Бібліотека з освітньої політики / під аг. ред. О.В. Овчарук. – Київ : К.І.С., 2004. – С. 47-52. – Режим доступу: http://www.undp.org.ua/files/en_33582maket_competence_eng_ost.pdf.
3. Гальченко Д.О. Реалізація компетентного підходу в навчанні диференціальних рівнянь студентів математичних спеціальностей університетів педагогічного профілю : автореф. дис. ... канд. пед. наук : спец. 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / Гальченко Дмитро Олександрович. – Черкаси, 2015. – 20 с.
4. Далингер В.А. Профессионально–ориентированные задачи по математике для студентов инженерных специальностей: учеб. пособие / В.А. Далингер, Л.В. Васяк. – Омск : Сфера, 2007. – 60 с.
5. Євсєєва О.Г. Проектування методичної системи навчання математики студентів технічного університету / О.Г. Євсєєва // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнар. зб. наук. робіт / редкол. : О.І. Скафа (наук. ред.) [та ін.] : Донец. нац. ун-т; Ін-т педагогіки Акад. пед. наук України, Нац. пед. ун-т ім. М.П. Драгоманова. – Донецьк, 2012. – Вип. 37. – С. 7–16.
6. Кічук Н.В. Компетентнісний підхід у вищій технічній школі: проблеми застосування [Електронний ресурс] / Н.В. Кічук // Портал сучасних педагогічних технологій. – Режим доступу: http://www.intellect-invest.org.ua/ukr/pedagog_editions_e-magazine_pedagogical_science_autors_kichuk_nv/.
7. Коваль М.В. Електронне дистанційне і комбіноване навчання у львівських вищих освітніх закладах / М.В. Коваль, Б.І. Шуневич // Педагогіка і психологія професійної освіти : наук.-метод. журнал. – 2006. – № 1. – С. 199–203.

8. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: світовий досвід та українські перспективи: бібліотека з освітньої політики / під заг. ред. О. В. Овчарук. – Київ : К.І.С, 2004. – 112 с.
9. Крилова Т. В. Концепція математичної підготовки студентів нематематичних спеціальностей вищої технічної школи / Т. В. Крилова // Дидактика математики: проблеми і дослідження : міжнар. зб. наук. робіт.– Донецьк : Фірма ТЕАН, 2006. – Вип. 25. – С. 21–24.
10. Моторіна В. Г. Диференціальні рівняння : навч.-метод. посібник для студ. природ.-мат. спец. пед. ВНЗ / В. Г. Моторіна, А. Ю. Пуди, А. І. Прокопенко, Н. П. Стогній. – Харків : ХНПУ ім. Г. С. Сковороди, 2012. – 210 с.
11. Нічуговська Л. І. Технології дистанційного навчання в організації самостійної роботи студентів ВНЗ під час навчання математичних дисциплін [Електронний ресурс] / Л. І. Нічуговська // Вісник Черкас. ун-ту. Сер. Пед. науки. – 2009. – Вип. 143. – С. 76–88. – Режим доступу: <http://dspace.puet.edu.ua/handle/123456789/1392>.
12. Триус Ю. В. Комбіноване навчання як інноваційна освітня технологія / Ю. В. Триус, І. В. Герасименко // Теорія та методика електронного навчання: зб. наук. праць. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2012. – Вип. III. – С. 299–308.

Навчальне видання

Моторіна Валентина Григорівна

Михайленко Ірина Володимирівна

МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАВЧАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ-МЕХАНІКІВ ЗА МОДЕЛЮ ЗМІШАНОГО НАВЧАННЯ

**Навчальний посібник для викладачів та магістрантів
вищих технічних навчальних закладів**

Друкується в авторській редакції

