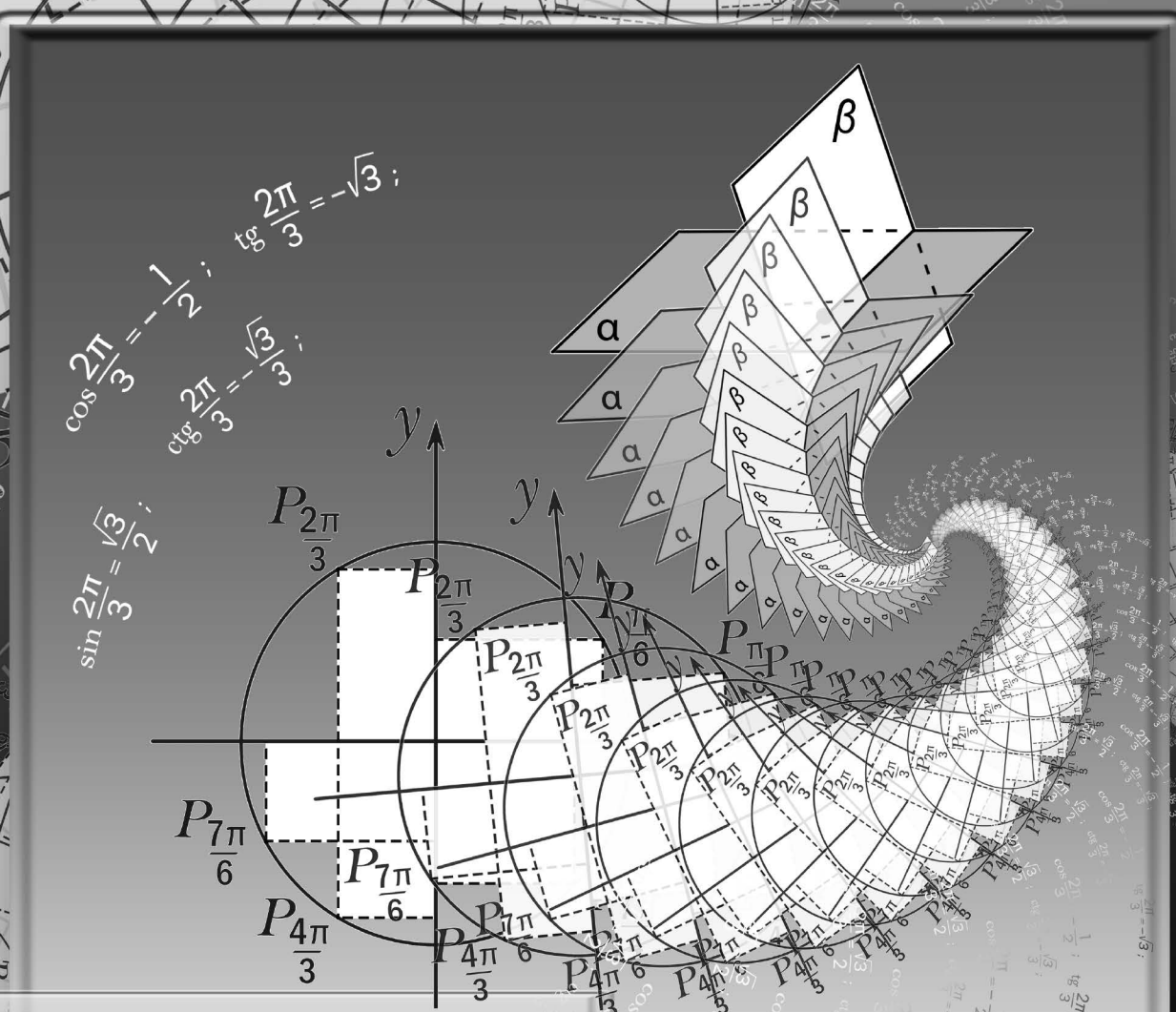
Науково-педагогічний проєкт
«Інтелект України»

І. В. Гавриш, С. О. Доценко, О. А. Горьков, С. Б. Скиба

10 клас

Частина 1

МАТЕМАТИКА



ЗМІСТ

АЛГЕБРА

Передмова 1

Умовні позначення 2

Урок 1
Числові множини. Дійсні числа 3

Урок 2
Числові функції. Способи задання функцій 9

Урок 3
Властивості функції. Зростаюча та спадна функції 15

Урок 4
Властивості функції. Зростання/спадання, парність/непарність 19

Урок 5
Властивості функції. Зростання/спадання, парність/непарність 25

Урок 6
Властивості функції. Зростання/спадання, парність/непарність 30

Урок 7
Властивості та графіки основних видів функцій 34

Урок 8
Властивості та графіки основних видів функцій 41

Урок 9
Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень
відомих графіків функцій 47

Урок 10
Побудова графіків функцій за допомогою геометричних перетворень
відомих графіків функцій 53

ГЕОМЕТРІЯ

Урок 1
Повторення опорних фактів курсу планіметрії 57

Урок 2
Повторення опорних фактів курсу планіметрії 62

Урок 3
Основні поняття та аксіоми стереометрії. Наслідки з аксіом. Просторові геометричні фігури.
Зображення плоских та просторових фігур у стереометрії (Урок-теорія) 65

Урок 4
Аксіоми стереометрії, їх наслідки 69

Урок 5
Найпростіші задачі на побудову перерізів многогранників
(куба, прямокутного паралелепіпеда, піраміди) 74

Урок 6
Задачі на побудову перерізів многогранників 77

Урок 7
Розв'язування задач і вправ. Практична робота 83

Урок 8
Взаємне розміщення прямих у просторі 89

Урок 9
Взаємне розміщення прямих у просторі 94

Урок 10
Коригування знань з теми «Основні поняття й аксіоми стереометрії.
Наслідки з аксіом. Просторові геометричні фігури.
Зображення плоских та просторових фігур у стереометрії» 97

Додатки 98

Відповіді 103

ШАНОВНІ ДЕСЯТИКЛАСНИКИ!

Нині, в епоху інформаційного суспільства, нанотехнологій, STEM-освіти, математика стає одним з провідних навчальних предметів. Отже, пропонуємо вам поринути у світ цієї цікавої та корисної науки.

У десятому класі ви продовжуєте опановувати математику. Її структуровано за темами, що відповідають двом навчальним предметам, — «Алгебра й початки аналізу» та «Геометрія». Навчальна дисципліна «Алгебра і початки аналізу» є новою. Математичний аналіз — фундаментальний розділ математики, що веде відлік від XVII століття. Як і в курсі алгебри, значну увагу буде приділено дослідженню функцій, вивченню многочленів, рівнянь, нерівностей. Новими для вас стануть такі теми, як «Степенева функція», «Тригонометричні функції, рівняння та нерівності», «Похідна».

На уроках геометрії ви продовжите вивчати геометричні фігури на площині та в просторі, а саме: паралельність та перпендикулярність прямих і площин у просторі, координати та вектори.

Кілька порад щодо користування посібником. Спочатку ознайомтеся з умовними позначеннями, які вказують на вид діяльності (робота з картою знань, робота в парах чи четвірках тощо). Новий матеріал з теми подано в мінілекціях, які ви повинні опрацювати, визначити основні поняття та вивчити їх. Повторити навчальний матеріал уроку можна за допомогою карт знань, а також QR-кодів, розміщених на сторінці «Домашнє завдання».

З метою повторення та закріплення навчального матеріалу подано алгебраїчні та геометричні батли, які також можна пройти онлайн.

У посібнику представлено додаткові завдання, завдання підвищеної складності, що позначено зірочкою. Відповіді й вказівки наведено в кінці посібника.

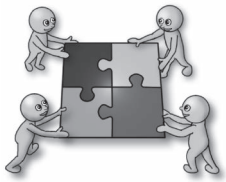
Корисним є розділ «Математика в смартфоні», де ви ознайомитеся з математичними програмами та мобільними додатками, які стануть у пригоді, наприклад, під час дослідження та побудови графіків функцій, геометричних фігур. Також ви зможете використовувати технології віртуальної та доповненої реальності в навчанні.

Бажаємо успіхів та нових звершень!

Автори

УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

Робота
в парах



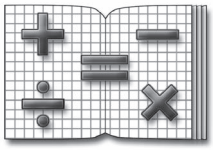
Робота
в четвірках

Робота
з картою знань /
інтелект-картою

Робота
в командах

Електронні
ресурси

Завдання
на повторення



Алгебраїчний
тренажер

Усна вправа

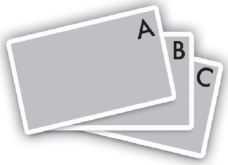
Самостійна
робота

Завдання
підвищеної
складності /
дослідження

Завдання
на тлумачення
понять, тверджень

Математичне
лото

Завдання на вивчення
математичних
термінів іноземними
мовами



Робота
з корекційними
картками

Відео до уроків мож-
на переглянути через
QR-коди
або на YouTube
(канал IU Math 5–10)

Міжпредметні
зв’язки

ЧИСЛОВІ МНОЖИНИ. ДІЙСНІ ЧИСЛА

Митропо́льський Юрій Олексійович (1917–2008)

Проходячи крізь сухі математичні формули,
думка людини перетворюється
на героїчну пісню творчої праці.
Ю. Митропольський

1. Прочитай епіграф уроку. Поясни, як ти розумієш вислів українського математика Ю. Митропольського.

2. Математична розминка. Обчисли усно. Запиши відповідь.

а) $10^2 =$ _____ б) $11^2 =$ _____

в) $15^2 =$ _____ г) $0^3 =$ _____

д) $\sqrt{81} =$ _____ е) $\sqrt{169} =$ _____

ж) $\sqrt{0,36} =$ _____ з) $\sqrt{-9} =$ _____

и) $\sqrt{0} =$ _____

3. Переглянь презентацію. Сформулюй запитання щодо отриманої інформації. Запропонуй однокласникам дати на нього відповідь.

4. Мінілекція. Прочитай текст. Підкресли головне.

У курсі математики ви зустрічалися з натуральними, цілими, раціональними та ірраціональними числами. Пригадаємо їх. *Натуральні числа* — це числа, які використовують для лічби предметів. Множину натуральних чисел позначають N. Множина натуральних чисел є нескінченною.

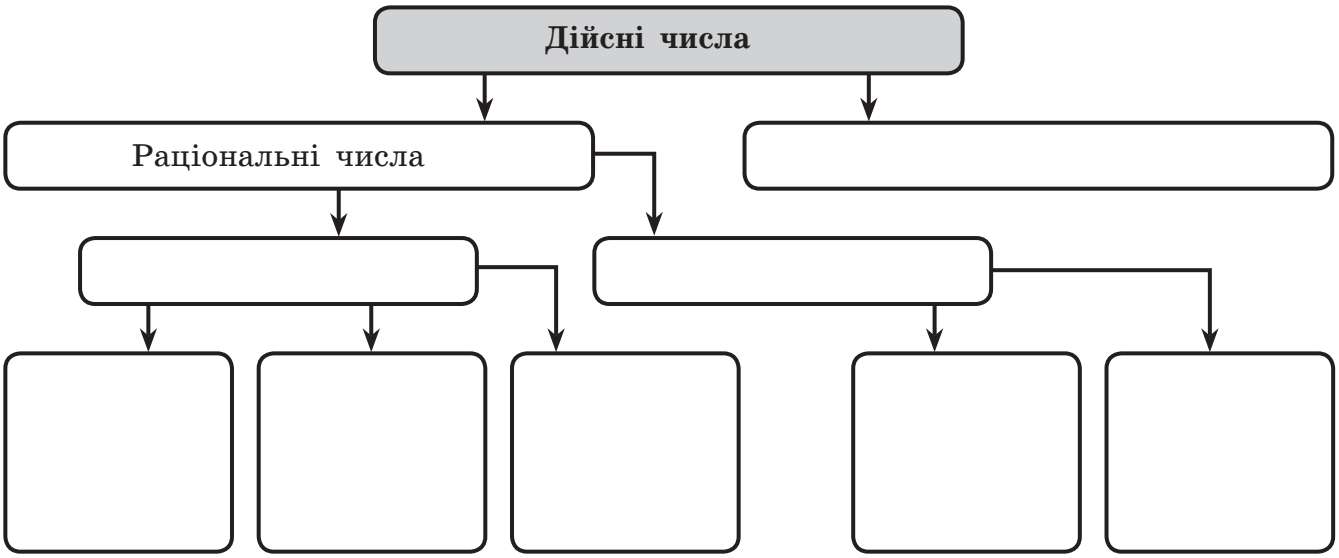
Протилежними натуральним числам є від'ємні числа. Для натурального числа n протилежним вважають число $-n$, а для числа $-n$ протилежним вважають число n. Нуль вважають числом, протилежним самому собі.

Натуральні числа, протилежні їм числа й число нуль утворюють множину *цілих чисел* (Z).

Дробові числа — це числа, які можна записати у вигляді звичайного дробу. Цілі й дробові числа складають множину *раціональних чисел* (Q).

Ірраціональні числа — це числа, які не можна подати у вигляді нескоротного дробу $\frac{m}{n}$, де m — ціле число, n — натуральне. Їх записують у вигляді нескінченного неперіодичного десяткового дробу.

➢ Доповни подану **інтелект-карту «Числові множини»**. Наведи приклади кожної множини.



5. Перевір себе. Виконай тестові завдання.

1) Познач істинне твердження.

А $N \subset Z$; **Б** $Q \subset Z$; **В** $Q \subset R$; **Г** $R \subset N$.

2) Познач істинне твердження.

А $N \subset Z \subset Q \subset R$; **Б** $R \subset Q \subset Z \subset N$;
В $Q \subset R \subset Z \subset N$; **Г** $Q \subset R \subset N \subset Z$.

3) Познач натуральне число.

А 0; **Б** −5; **В** 1; **Г** 0,5.

4) Познач ірраціональне число.

А 0; **Б** −0,22222; **В** $\sqrt{2}$; **Г** $\frac{1}{2}$.

5) Познач ціле невід'ємне число.

А 0,5; **Б** −5; **В** 5; **Г** $\frac{1}{5}$.

6) Познач дробове недодатне число.

А 0; **Б** 0,1; **В** −0,1; **Г** −1.

7) Познач раціональне число.

А $\sqrt{52}$; **Б** $\sqrt{25}$; **В** $\sqrt{20}$; **Г** $\sqrt{5}$.

8) Якою буквою позначають дійсні числа?

А R; **Б** D; **В** Q; **Г** Z.

9) Якою буквою позначають цілі числа?

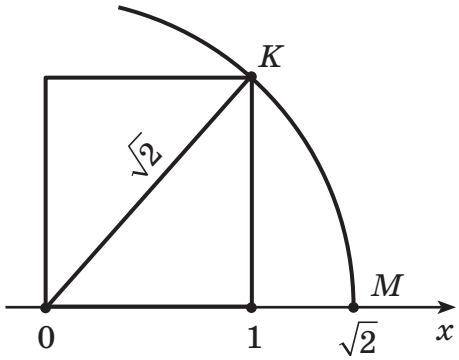
А R; **Б** D; **В** Q; **Г** Z.

10) Якою буквою позначають раціональні числа?

А R; **Б** D; **В** Q; **Г** Z.

6. Мінілекція (продовження). Прочитай текст. Підкресли головне.

Кожне раціональне число можна зобразити точкою на координатній прямій. Також на координатній прямій можна зобразити й числа, що не є раціональними. Наприклад, число $\sqrt{2}$ — ірраціональне число. Якщо побудувати квадрат зі стороною 1 на координатній прямій x (див. рис.), то його діагональ дорівнюватиме $\sqrt{2}$. Тоді, провівши дугу кола із центром у точці O і радіусом $OK = \sqrt{2}$, отримаємо точку M, координата якої дорівнює $\sqrt{2}$.



➢ Запам'ятай інформацію в рамочці. Відтвори з пам'яті.

На координатній прямій кожному дійсному числу відповідає єдина точка, і навпаки: кожній точці координатної прямої відповідає єдине дійсне число (інакше кажучи, між множиною дійсних чисел і множиною точок координатної прямої встановлюється взаємно однозначна відповідність).

➢ Мінілекція (продовження). Прочитай текст. Підкресли головне.

Раціональне число, записане у вигляді дробу $\frac{m}{n}$, де $m \in Z$, $n \in N$, можна записати також у вигляді скінченного або нескінченного періодичного десяткового дробу, поділивши чисельник на знаменник.

У нескінченного періодичного дробу, починаючи з певного місця, усі десяткові знаки повторюються. Групу цифр, що повторюється, називають періодом дробу; у записі дробу період наводять у дужках.

Наприклад, $\frac{1}{3} = 0{,}333\ldots = 0{,}(3)$, $\frac{3}{22} = 0{,}13636363\ldots = 0{,}13(63)$.

Запам'ятай! Кожне раціональне число може бути записане у вигляді нескінченного періодичного десяткового дробу, і навпаки: кожен нескінченний періодичний десятковий дріб задає раціональне число.

Запишемо раціональні числа у вигляді нескінченного періодичного десяткового дробу:

натуральне число $25 = 25{,}00\ldots = 25{,}(0)$;

ціле число $-7 = -7{,}00\ldots = -7{,}(0)$;

звичайний дріб $-\frac{23}{10} = -2{,}300\ldots = -2{,}3(0)$; $\frac{23}{15} = 1{,}5333\ldots = 1{,}5(3)$.

Скористаємось алгоритмом ділення куточком:

$$\begin{array}{r|l} 23 & 15 \\ \cline{2-2} -\underline{15} & 1{,}5333\ldots \\ 80 & \\ -\underline{75} & \\ 50 & \\ -\underline{45} & \\ 50 & \\ -\underline{45} & \\ 5\ldots & \end{array}$$

7. **Представ кожен звичайний дріб у вигляді періодичного дробу.**

а) $\frac{4}{25} =$ _____ б) $\frac{3}{8} =$ _____

в) $\frac{23}{16} =$ _____ г) $\frac{3}{7} =$ _____

д) $1\frac{3}{11} =$ _____ е) $\frac{20}{9} =$ _____

8. **Розглянь зразок запису нескінченного періодичного десяткового дробу у вигляді раціонального числа.**

1) Нехай $x = 0{,}2(18)$. Помноживши на 10, отримаємо: $10x = 2{,}1818\ldots$.

2) Помноживши обидві частини останньої нерівності на 100, знайдемо: $1\,000x = 218{,}1818\ldots$

3) Якщо віднімемо з рівності (2) рівність (1), отримаємо: $990x = 216$.

Звідси $x = \frac{216}{990} = \frac{12}{55}$.

Потрібно помножити дріб на 10^n, де n — кількість десяткових знаків, що містяться в запису цього дробу до періоду: $x \cdot 10^n$.

Помножимо на 10^k, де k — кількість цифр у періоді.

$x \cdot 10^n \cdot 10^k = x \cdot 10^{n+k}$.

Віднімемо від рівності (2) рівність (1), розв'яжемо рівняння, що отримали.

$x = -2{,}3(82) = -2{,}3828282\ldots$

$10x = -23{,}828282\ldots$

$1\,000x = -2382{,}8282\ldots$

$1\,000x - 10x = -2382{,}8282\ldots - (23{,}828282\ldots)$

$990x = -2\,359$

$x = \frac{2\,359}{990} = -2\frac{379}{990}$.

9. Представ кожен періодичний дріб у вигляді звичайного дробу.

а) $0,(4) =$ _____

б) $2,(12) =$ _____

в) $5,(325) =$ _____

г) $0,1(7) =$ _____

д) $4,52(3) =$ _____

е) $6,2(27) =$ _____

10. Розглянь зразки представлення десяткового періодичного дробу у вигляді суми скінченного десяткового дробу та суми нескінченно спадної геометричної прогресії.

Зразок 1.

$$0,(248) = 0,248248\ldots = \underbrace{0,248 + 0,000248 + 0,000000248 + \ldots}_{S}$$

$b_1 = 0,248,\ q = 0,001.$

$$S = \frac{0,248}{1-0,001} = \frac{0,248}{0,999} = \frac{248}{999}.$$

Зразок 2.

$$1,3(1) = 1,31111\ldots = 1,3 + \underbrace{0,01 + 0,001 + 0,0001 + \ldots}_{S}$$

$b_1 = 0,01,\ q = \frac{b_2}{b_1} = \frac{0,001}{0,01} = 0,1.$

$$S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{0,01}{1-0,1} = \frac{0,01}{0,9} = \frac{1}{90}.$$

$$1,3(1) = 1,3 + \frac{1}{90} = 1\frac{3}{10} + \frac{1}{90} = 1\frac{28}{90} = 1\frac{14}{45}.$$

➢ Подай у вигляді звичайного дробу.

а) $0,(6) =$ _____

б) $0,(36) =$ _____

в) $2,3(4) =$ _____

11. Запам'ятай інформацію в рамочці.

Кожне дійсне число можна записати у вигляді нескінченного десяткового дробу;

***раціональне число* — у вигляді нескінченного періодичного десяткового дробу;**

***ірраціональне число* — у вигляді нескінченного неперіодичного десяткового дробу.**

12. Мінілекція. Прочитай текст. Підкресли головне.

Для порівняння дійсних чисел і виконання дій над ними (у випадку, коли хоча б одне з них не є раціональним) використовують наближені значення цих чисел.

Для того щоб виконати додавання чи множення певних чисел a і b, послідовно записують їх наближені значення з недостачею та надлишком (з точністю до цілих, десятих, сотих тощо) і виконують дії над отриманими раціональними числами. У результаті послідовно отримують значення суми чи добутку з необхідною точністю.

Наприклад, $\sqrt{2} = 1{,}4142135\ldots$

$\sqrt{3} = 1{,}7320508\ldots$

Обчислимо суму з точністю до:

а) одиниць: $\sqrt{2} + \sqrt{3} \approx 1{,}4 + 1{,}7 = 3{,}1 \approx 3$;

б) до десятих: $\sqrt{2} + \sqrt{3} \approx 1{,}41 + 1{,}73 = 3{,}14 \approx 3{,}1$;

в) до сотих: $\sqrt{2} + \sqrt{3} \approx 1{,}414 + 1{,}732 = 3{,}146 \approx 3{,}15$ тощо.

Числа 3; 3,1; 3,15 тощо є послідовними наближеними значеннями суми $\sqrt{2} + \sqrt{3}$.

➢ Обчисли суму з точністю до: 1) десятих; 2) сотих.

а) $0{,}5 + \sqrt{2} =$ _____

б) $\frac{1}{3} + \sqrt{10} =$ _____

в) $\sqrt{50} - \sqrt{35} =$ _____

13. Підсумовуємо вивчене.

УРОК 1 ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Переглянь презентацію та повтори навчальні одиниці.

II. Виконай у робочому зошиті.

1. Порівняй числа.

а) $\frac{1}{3}$ і 0,5; б) 0,5 і 0,(5);

в) $-\frac{1}{5}$ і −0,2; г) $-\frac{5}{11}$ і −0,(46).

2. Представ кожен звичайний дріб у вигляді періодичного дробу: $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{2}{9}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{1}{7}$.

3. Представ кожен періодичний дріб у вигляді звичайного дробу.

а) 0,(128); 0,(123); 0,(945); 0,(138);

б) 0,0(3); 0,0(72); 0,00(13); 0,0(549).

ЧИСЛОВІ ФУНКЦІЇ. СПОСОБИ ЗАДАННЯ ФУНКЦІЙ

1. Перевірка домашнього завдання.

2. Математична розминка. Спрости вираз усно. Запиши відповідь.

а) $c + 5c =$ _____

б) $2b + 7b =$ _____

в) $3x + 2x =$ _____

г) $-3c + c =$ _____

д) $b + 4b =$ _____

е) $7x - x =$ _____

ж) $-3c - 2c =$ _____

з) $b^2 + 4b^2 =$ _____

3. Мінілекція. Прочитай текст. Підкресли головне.

З поняттям функції ви ознайомилися в курсі алгебри попередніх класів. Нагадаємо, що залежність змінної y від змінної x є функцією, якщо кожному значенню x відповідає єдине значення y.

У курсі алгебри і початків аналізу ми користуватимемося таким означенням числової функції.

Числовою функцією з областю визначення D є залежність, при якій кожному числу x із множини D ставиться у відповідність єдине число y, де x — незалежна змінна (аргумент), y — залежна змінна (або функція від y), множина D — *область визначення функції.*

Функцію позначають латинськими (інколи грецькими) буквами. Розглянемо довільну функцію f. Число y, яке відповідає числу x, називають значенням функції f у точці x і позначають $f(x)$.

Область визначення функції f — це множина тих значень, яких може набувати аргумент x. Її позначають $D(f)$. *Область значень функції f* — це множина, яка складається з усіх чисел $f(x)$, де x належить області визначення. Її позначають $E(f)$.

Якщо функцію f задано формулою $y = f(x)$, а її область визначення не вказано, то вважають, що область визначення $D(f)$ складається з тих значень x, за яких вираз $f(x)$ має зміст.

Запам'ятай області визначення функцій:

1) $f(x) = x^2$, область визначення $D(f) = R$;
множина значень $E(f) = [0; +\infty)$.

2) $f(x) = \frac{1}{x}$, область визначення $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;
множина значень $E(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

3) $f(x) = \sqrt{x}$, область визначення $D(f) = [0; +\infty)$;
множина значень $E(f) = [0; +\infty)$.

4. Перевір себе. Допиши твердження.

1) *Числовою функцією з областю визначення* D є _____, _____ при якій кожному числу x із множини D ставиться у відповідність єдине число y.

2) _____ _____ — незалежна змінна (аргумент).

3) _____ _____ — залежна змінна (або функція від y).

4) _____ _____ — *область визначення функції.*

5) Функції позначають _____ _____.

6) Число y, яке відповідає числу x, називають _____ і позначають _____.

7) Область визначення функції f позначають _____ _____.

8) Область значень функції f позначають _____ _____.

5. Розглянь зразки виконання завдань.

Зразок 1. Знайди область визначення функції $y = x^2 + x$.

Розв'язання

Обмежень для знаходження значень виразу $3x^2 - 2x$ немає, отже, $D(y) = R$.

Зразок 2. Знайди область визначення функції $y = \dfrac{5x}{x(x+2)}$.

Розв'язання

Область визначення функції задано обмеженням $x(x + 2) \neq 0$, оскільки знаменник дробу не може дорівнювати нулю. Маємо: $x(x + 2) = 0$, $x = 0$ або $x = -2$. Тоді $x \neq 0$, $x \neq -2$.

Відповідь: $D(y) = (-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup (0; +\infty)$.

Зразок 3. Знайди область визначення функції $y = \sqrt{x-3}$.

Розв'язання

Область визначення функції $y = \sqrt{x-3}$ задано обмеженням $x - 3 \geqslant 0$, тобто $x \geqslant 3$, оскільки під знаком квадратного кореня повинен стояти невід'ємний вираз. Отже, $D(y) = [3; +\infty)$.

Зразок 4. Знайди область значень функції $y = x^2 - 3$.

Розв'язання

Складаємо рівняння $x^2 - 3 = a$. Воно рівносильне рівнянню $x^2 = a + 3$, яке має розв'язки, якщо $a + 3 \geqslant 0$, тобто при $a \geqslant -3$. Усі ці числа й утворюють область значень функції. Отже, область значень заданої функції $E(f) = [-3; +\infty)$, тобто $y \geqslant -3$.

6. Знайди значення функції $f(x)=\sqrt{x-3}$ у точках 3; 12; 52.

7. Знайди область визначення функції за поданими зразками з п. 5.

а) $y=x+52$; б) $y=\dfrac{x+6}{x^2-5x+4}$; в) $y=\sqrt{x+6}$.

8. Розглянь зразок знаходження області визначення функції.

Зразок. Знайди область визначення функції $f(x)=\dfrac{\sqrt{2x+5}}{(x+3)x}$.

Розв'язання

Областю визначення функції $f(x)=\sqrt{x}$ є множина невід'ємних чисел, а областю визначення функції $f(x)=\dfrac{k}{x}$ є множина всіх чисел, крім $x\neq 0$. Тоді маємо:

$$\begin{cases}2x+5\geq 0,\\(x+3)x\neq 0;\end{cases}\qquad\begin{cases}x\geq -2{,}5,\\x\neq 0,\\x\neq -3.\end{cases}$$

Відповідь: $D(f)=[-2{,}5;\ 0)\cup(0;\ +\infty)$.

➢ Знайди область визначення функції за зразком.

а) $f(x)=\sqrt{5+10x}$; б) $f(x)=\sqrt{6-24x}$.

9. Мінілекція. Прочитай текст. Підкресли головне.

Функцію можна задати за допомогою таблиці, графіка, формули.

Найчастіше функцію задають формулою, яка дає можливість отримати значення залежної змінної y, підставивши конкретне значення аргументу x.

У таблиці можна безпосередньо вказати значення функції, проте лише для скінченного набору значень аргументу.

Часто функцію задають за допомогою графіка. Графічний спосіб задання функції дуже зручний: він дає змогу наочно представити властивості функції.

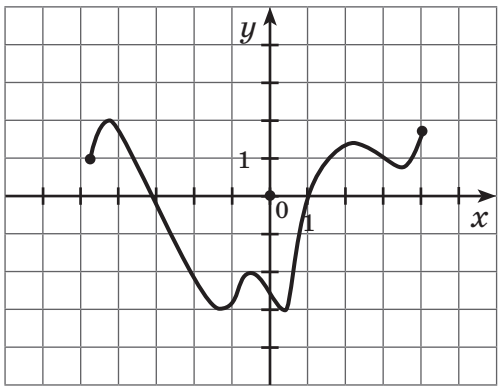
Графіком функції f є множина всіх точок $(x;\ f(x))$ на координатній площині, де $x \in D(f)$, тобто множина всіх точок, абсциси яких — значення аргументу, а ординати — відповідні їм значення функції.

Отже, під час побудови графіка функції $y = f(x)$ на координатній площині xOy позначають точки $(x;\ f(x))$.

➢ Перевір себе.

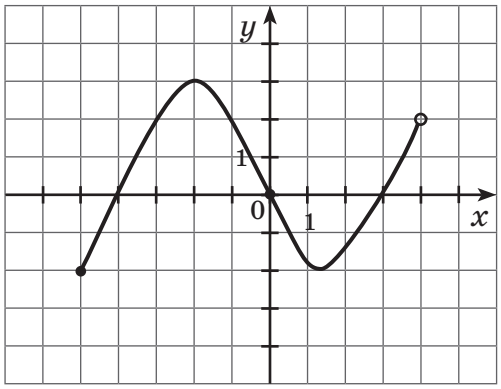
а) Функцію $y = f(x)$ задано графіком. Укажи проміжок, на якому вона набуває тільки від'ємних значень.

А $[-3;\ 0]$;
Б $[-3;\ 1]$;
В $(-3;\ 0)$;
Г $(-3;\ 1)$.



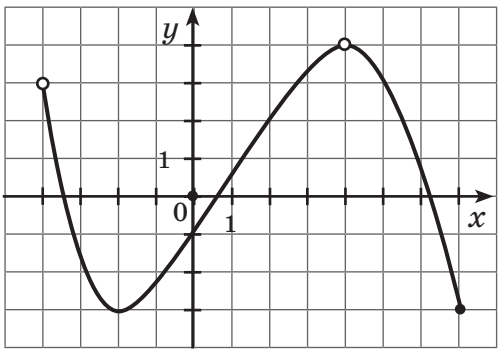
б) Функцію задано графіком. Укажи множину значень поданої функції.

А $[-5;\ 4)$;
Б $[-2;\ 3]$;
В $[-3;\ 2) \cup (2;\ 3]$;
Г $[-3;\ 2)$.



в) Знайди область визначення функції, графік якої зображено на рисунку.

А $(-4;\ 7]$;
Б $(-4;\ 4) \cup (4;\ 7]$;
В $[-3;\ 3) \cup (3;\ 4)$;
Г $[-4;\ 7]$.



10. Для функції f, яку задано графіком (див. рис.), укажи:

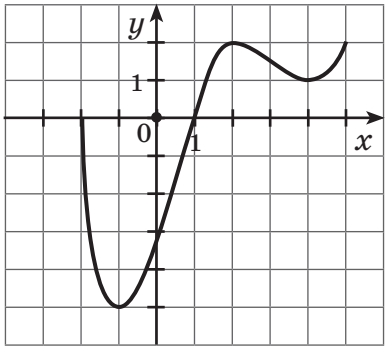
а) область визначення $D(f)$;

б) множину (область) значень $E(f)$;

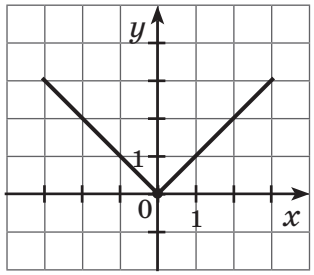
в) її нулі;

г) координати точки перетину її графіка з віссю Oy.

1)



2)



Додаткові завдання

11.* Математичне дослідження.

Відвідай офіційний сайт мобільного оператора, послугами якого користуєшся.

а) Проаналізуй тарифний план номера твого телефону. Склади орієнтовну таблицю твоїх витрат за місяць за наданими послугами: Інтернет, SMS, розмови з абонентами твого мобільного оператора, розмови з абонентами інших мобільних операторів, MMS тощо.

б) Визнач, чи є твій тарифний план оптимальним, ураховуючи саме твій режим використання мобільного телефону.

➢ Алгебраїчні тренажери 5 та 6.

12. Підсумовуємо вивчене. Доповни **інтелект-карту** з теми «**Числові функції**».

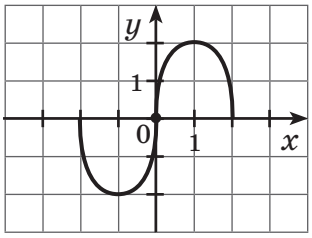
Область значень ← **Числова функція** → Область визначення

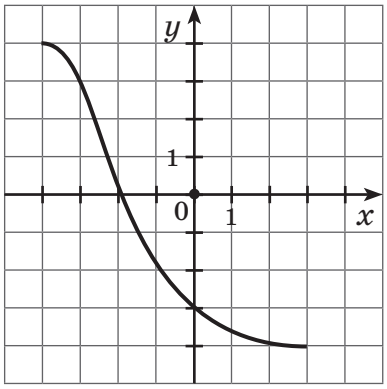
УРОК 2 ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Переглянь презентацію та повтори навчальні одиниці, вивчені за картою знань 1А.

II. Виконай у робочому зошиті.

1. Для функції f, яку задано графіком (див. рис.), укажи:
   а) область визначення $D(f)$;
   б) множину (область) значень $E(f)$;
   в) її нулі;
   г) координати точки перетину її графіка з віссю Oy.

1)


2)


2. Знайди значення функції $f(x)=\dfrac{x+1}{x}$ у точках 1; -1; 5.

3. Знайди область визначення функції.

   а) $y=2x^2+x^3$; б) $y=\dfrac{x+2}{x-3}$; в) $y=\dfrac{x^3+1}{x(x+2)}$.

ВЛАСТИВОСТІ ФУНКЦІЇ. ЗРОСТАЮЧА ТА СПАДНА ФУНКЦІЇ

1. Перевірка домашнього завдання.

2. Математична розминка. Спрости вираз усно. Запиши відповідь.

а) $-3c \cdot (-2c) =$ _____
б) $c^2 + 4c^2 =$ _____
в) $c^2 \cdot 4c^2 =$ _____
г) $b^2 + b^2 + b^2 =$ _____
д) $b^2 \cdot b^2 =$ _____
е) $2b + b + b^2 =$ _____
ж) $2x + 3 + 12 =$ _____
з) $-6x - 16x =$ _____
и) $-15x + 15x =$ _____

3. Прочитай текст. Підкресли головне.

Важливими характеристиками функції є її зростання та спадання, парність та непарність.

Зростання/спадання функції

Функція $f(x)$ є зростаючою на множині P, якщо більшому значенню аргументу із цієї множини відповідає більше значення функції, тобто для будь-яких двох значень x_1 і x_2 з множини P, якщо $x_2 > x_1$, $f(x_2) > f(x_1)$.

Функція $f(x)$ є спадною на множині P, якщо більшому значенню аргументу із цієї множини відповідає менше значення функції, тобто для будь-яких двох значень x_1 і x_2 з множини P, якщо $x_2 > x_1$, $f(x_2) < f(x_1)$.

Розглянемо алгоритм дослідження функції на монотонність (зростання/спадання).

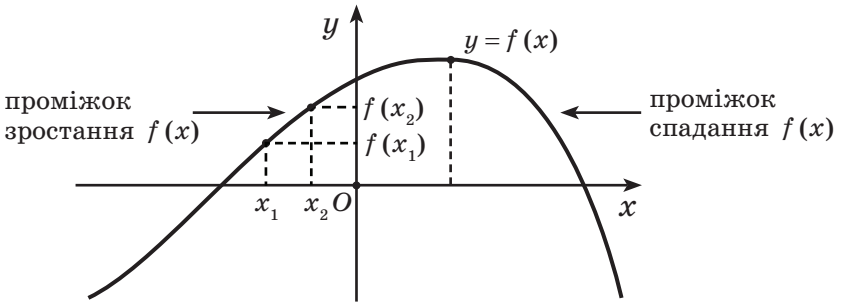
Алгоритм дослідження функції на монотонність (зростання/спадання)

Для того щоб дослідити функцію на монотонність, необхідно:

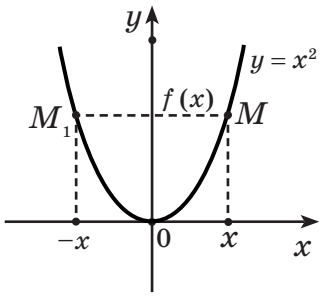
1) вибрати будь-які два значення x_1 і x_2 з області визначення функції такі, що $x_2 > x_1$;

2) скласти різницю $f(x_2) - f(x_1)$ та з'ясувати (якщо це можливо), чи буде вона додатною (від'ємною), і, використовуючи означення числової нерівності, переконатися, що $f(x_2) > f(x_1)$ (або $f(x_2) < f(x_1)$), а звідси зробити висновок про зростання (спадання) функції.

У зростаючої функції графік піднімається вгору, у спадної — опускається вниз.



Розглядаючи графік функції $y = x^2$, бачимо, що на всій області визначення ця функція не є ані зростаючою, ані спадною. Проте можна виділити проміжки області визначення, на яких ця функція зростає і на яких спадає. Так, на проміжку $[0; +\infty)$ функція $y = x^2$ зростає, а на проміжку $(-\infty; 0]$ — спадає.

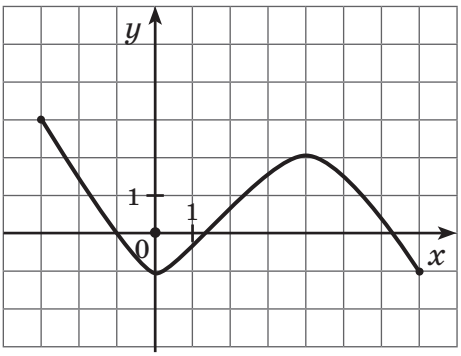


Досліджуючи функції на зростання та спадання, прийнято вказувати проміжки зростання та проміжки спадання найбільшої довжини.

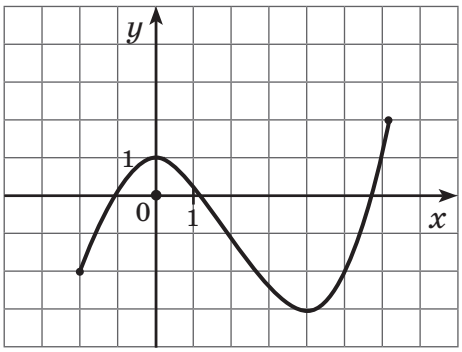
4. Перевір себе. Виконай тестові завдання.

1) Укажи графік функції, який зростає на проміжку $[-2; 2]$.

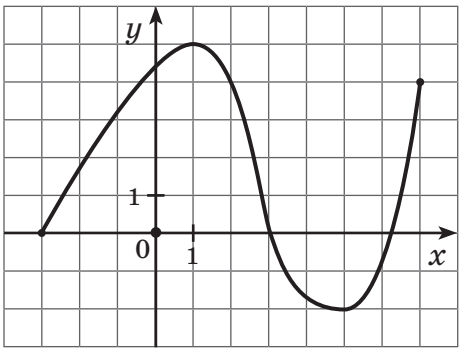
А



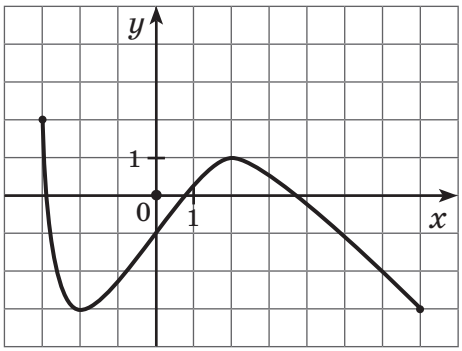
Б



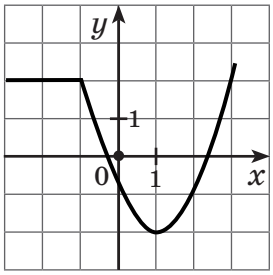
В



Г

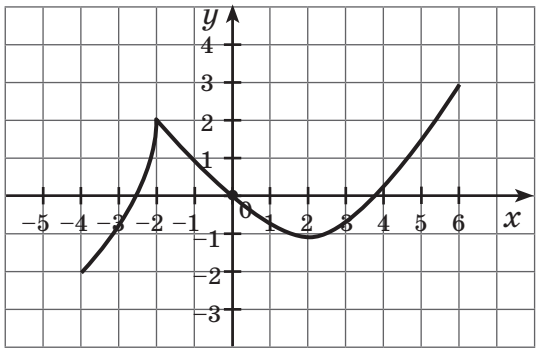


2) Функцію задано графіком. Укажи проміжок, на якому вона спадає.



А $[-2;\ 2]$;
Б $[-1;\ 1]$;
В $[-3;\ 1]$;
Г $[1;\ 2]$.

3) Укажи проміжки зростання функції.



А $[-4;\ -2]$;
Б $[-1;\ 2]$;
В $[-4;\ -2] \cup [2;\ 6]$;
Г $[-2;\ 6]$.

4) Яка з поданих функцій зростає на проміжку $(0; +\infty)$?

А $y = \frac{3}{x}$; **Б** $y = -4x^2$; **В** $y = -x + 3$; **Г** $y = -\frac{3}{x}$; **Д** жодної.

5. Розглянемо зразки доведення того, що функція є зростаючою/спадною.

Завдання 1. Доведи, що функція $f(x) = 2x + 3$ є зростаючою на всій області визначення (тобто на множині R).

Доведення

Нехай $x_2 > x_1$. Знайдемо $f(x_2) = 2x_2 + 3$ та $f(x_1) = 2x_1 + 3$. Запишемо різницю $f(x_2) - f(x_1) = (2x_2 + 3) - (2x_1 + 3) = 2x_2 + 3 - 2x_1 - 3 = 2x_2 - 2x_1 = 2(x_2 - x_1)$. Оскільки $x_2 > x_1$, то $x_2 - x_1 > 0$. Це означає, що $f(x_2) - f(x_1) > 0$. За означенням ця функція зростаюча.

Завдання 2. Доведи, що функція $f(x) = -2x + 3$ є спадною на всій області визначення (тобто на множині R).

Доведення

Нехай $x_2 > x_1$. Знайдемо $f(x_2) = -2x_2 + 3$ та $f(x_1) = -2x_1 + 3$.
Запишемо різницю: $f(x_2) - f(x_1) = -2x_2 + 3 - (-2x_1 + 3) = -2x_2 + 3 + 2x_1 - 3 = -2(x_2 - x_1)$;
$x_2 - x_1 > 0$, тому $-2(x_2 - x_1) < 0$;
$f(x_2) < f(x_1)$ — функція спадає.

➢ Доведи, що функція є зростаючою/спадною за поданими зразками.

а) $f(x) = 3x$; б) $f(x) = -5x$;

в) $f(x) = x + 5$; г) $f(x) = -x - 1$;

д) $f(x) = \sqrt{x}$; е) $f(x) = -\frac{2}{x}$, $x > 0$.

➢ Склади функцію, яка є: а) спадною; б) зростаючою.

_____

_____

Додаткові завдання

➢ Алгебраїчний тренажер 7.

6. Підсумовуємо вивчене.

- Функція $f(x)$ є зростаючою на множині P, якщо більшому значенню аргументу із цієї множини відповідає більше значення функції, тобто для будь-яких двох значень x_1 і x_2 з множини P, якщо $x_2 > x_1$, $f(x_2) > f(x_1)$.
- Функція $f(x)$ є спадною на множині P, якщо більшому значенню аргументу із цієї множини відповідає менше значення функції, тобто для будь-яких двох значень x_1 і x_2 з множини P, якщо $x_2 > x_1$, $f(x_2) < f(x_1)$.

Алгоритм дослідження функції на монотонність (зростання/спадання)

Для того щоб дослідити функцію на монотонність, необхідно:

1) вибрати будь-які два значення x_1 і x_2 з області визначення функції такі, що $x_2 > x_1$;

2) скласти різницю $f(x_2) - f(x_1)$ та з'ясувати (якщо це можливо), чи буде вона додатною (від'ємною), і, використовуючи означення числової нерівності, переконатися, що $f(x_2) > f(x_1)$ (або $f(x_2) < f(x_1)$), а звідси зробити висновок про зростання (спадання) функції.

- У зростаючої функції графік піднімається вгору, у спадної — опускається вниз.

УРОК 3 ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Повтори навчальні одиниці, вивчені за картою знань 2А.

II. Виконай у робочому зошиті.

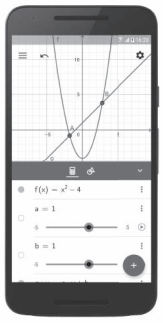
1. Досліди функції на зростання/спадання.

а) $f(x) = 0{,}5x$; б) $f(x) = -x$;

в) $f(x) = x^2$; г) $f(x) = -\frac{1}{x}$, $x < 0$.

2. Алгебраїчний тренажер 8.

МАТЕМАТИКА В СМАРТФОНІ



GeoGebra — мобільний додаток з алгебри (для iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook та Linux).

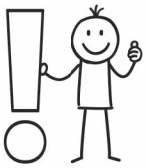
Графічний калькулятор для побудови графіків функцій, рівнянь та багато іншого.

GeoGebra
Dynamic Mathematics for Everyone

ВЛАСТИВОСТІ ФУНКЦІЇ. ЗРОСТАННЯ/СПАДАННЯ, ПАРНІСТЬ/НЕПАРНІСТЬ

1. Перевірка домашнього завдання.

2. Математична розминка (тренування уваги). Переглянь презентацію. Дай відповіді на запитання.



— Скільки арифметичних коренів ти побачив/побачила на екрані? _____

— Скільки геометричних фігур ти побачив/побачила на екрані? _____

— У якій фігурі розміщено $\sqrt{7}$? _____

— Якого кольору квадрат? _____

— Корінь з якого числа знаходиться у квадраті? _____

— Яка фігура і якого кольору містить $\sqrt{5}$? _____

3. Переглянь презентацію. Допиши інформацію в рамочці.

Функція $f(x)$ є зростаючою на множині P, якщо більшому значенню аргументу із цієї множини відповідає _____ значення функції, тобто для будь-яких двох значень x_1 і x_2 з множини P, якщо _____, $f(x_2) > f(x_1)$.

Функція $f(x)$ є спадною на множині P, якщо більшому значенню аргументу із цієї множини відповідає _____ значення функції, тобто для будь-яких двох значень x_1 і x_2 з множини P, якщо $x_2 > x_1$, _____.

➢ Розглянь подані функції. Постав за зразком у кружечку букву С, якщо функція спадна, і букву З, якщо функція зростаюча.

а) $y = 7x$; (З)

б) $y = 2x + 1$; ◯

в) $y = 1 - 2x$; ◯

г) $y = 5 - 0{,}5x$; ◯

д) $y = x^2 + 1,\ x \leqslant 0$; ◯

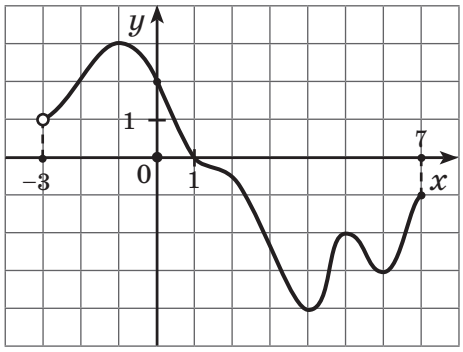
е) $y = -x^2,\ x \geqslant 0$; ◯

ж) $y = \sqrt{x}$; ◯

з) $y = -\sqrt{x}$; ◯

и) $y = \dfrac{1}{x},\ x > 0$. ◯

4. Розглянь поданий графік. Запиши проміжки зростання та спадання функції.



Проміжки зростання: _____

_____

_____

Проміжки спадання: _____

_____

_____

5. Повтори інформацію в рамочці.

Алгоритм дослідження функції на монотонність (зростання/спадання)

Для того щоб дослідити функцію на монотонність, необхідно:

1) **вибрати будь-які два значення x_1 і x_2 з області визначення функції такі, що $x_2 > x_1$;**
2) **скласти різницю $f(x_2) - f(x_1)$ та з'ясувати (якщо це можливо), чи буде вона додатною (від'ємною), і, використовуючи означення числової нерівності, переконатися, що $f(x_2) > f(x_1)$ (або $f(x_2) < f(x_1)$), а звідси зробити висновок про зростання (спадання) функції.**

➢ Досліди функцію на монотонність за поданим алгоритмом.

а) $y = -x - 1$;

б) $y = \frac{3}{x}$, $x < 0$.

6.* Доведи, що якщо $y = f(x)$ — зростаюча функція, то $y = -f(x)$ — спадна функція.

7. Прочитай текст. Підкресли головне.

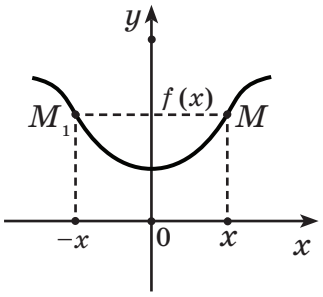
Парні і непарні функції

Розглянемо функції, області визначення яких симетричні відносно початку координат, тобто разом з кожним числом x містять і число $-x$. Для таких функцій визначено поняття парності й непарності.

Функцію f називають *парною*, якщо для будь-якого значення x з області її визначення $f(-x)=f(x)$.

Наприклад, функція $y=x^2$ (тобто функція $f(x)=x^2$) — парна, оскільки $f(-x)=(-x)^2=x^2=f(x)$.

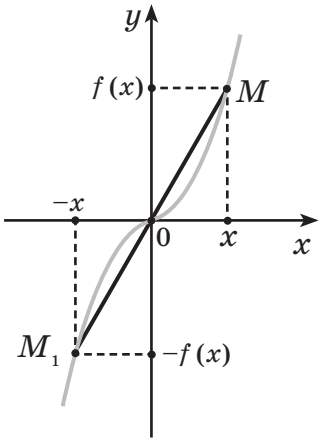
Якщо функція $f(x)$ парна, то до її графіка разом з кожною точкою M з координатами $(x;\ y)=(x;\ f(x))$ входить також точка M_1 з координатами $(-x;\ y)=(-x;\ f(-x))=(-x;\ f(x))$. Точки M і M_1 розміщено симетрично відносно осі Oy (див. рис.), тому й графік парної функції розміщено симетрично відносно осі Oy.



Функцію f називають *непарною*, якщо для будь-якого значення x з області її визначення $f(-x)=-f(x)$.

Наприклад, функція $y=\frac{1}{x}$, тобто функція $f(x)=x^3$ — непарна, оскільки $f(-x)=(-x)^3=-x^3=-f(x)$.

Графік непарної функції розміщено симетрично відносно початку координат.



Функції $y=\sqrt{x}$ і $y=2x-3$ не належать ані до парних, ані до непарних функцій, оскільки для першої $x \geqslant 0$ (множина значень x несиметрична відносно початку координат 0), а для другої функції, хоча множина R і симетрична відносно 0, але $f(-x)\neq f(x)$ і $f(-x)\neq -f(x)$.

8. Запам'ятай інформацію в рамочці. Відтвори з пам'яті.

Алгоритм дослідження функції на парність/непарність

Для того щоб дослідити функцію на парність або непарність, необхідно:

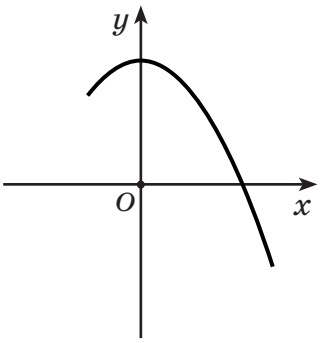
1) **перевірити виконання умови: для будь-якого значення x з області визначення $(-x)$ також належить області визначення, тобто перевірити, чи буде область визначення поданої функції множиною, симетричною відносно точки O (початку відліку);**
2) **перевірити виконання умови: $f(-x)=f(x)$ або $f(-x)=-f(x)$.**

Зверни увагу! Якщо не виконується перша умова, то немає сенсу перевіряти другу.

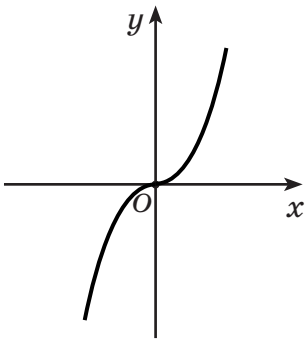
9. Перевір себе. Виконай тестові завдання.

1) Укажи, які з функцій, що задані графіком, є непарними.

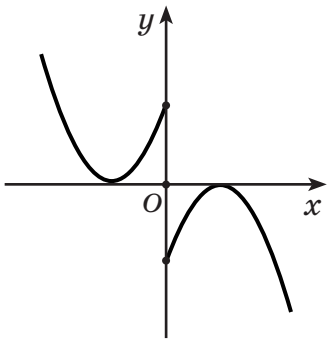
А



Б

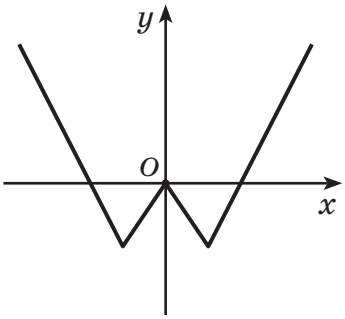


В

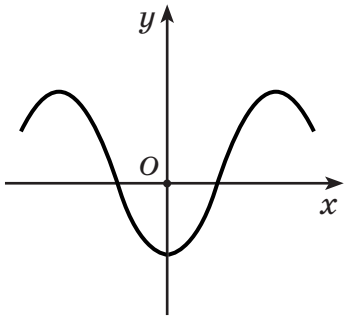


2) Укажи, які з функцій, що задані графіком, є парними.

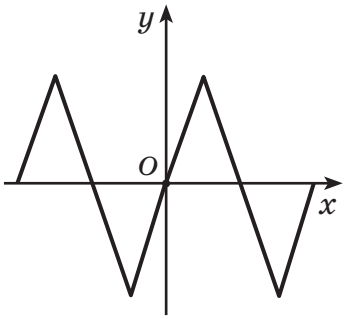
А



Б

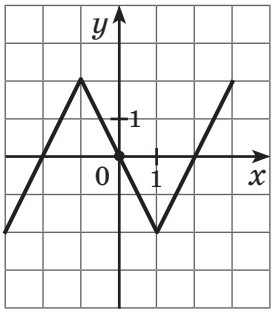


В

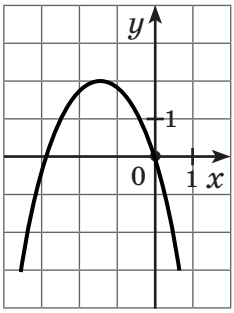


3) Яка з поданих функцій є парною?

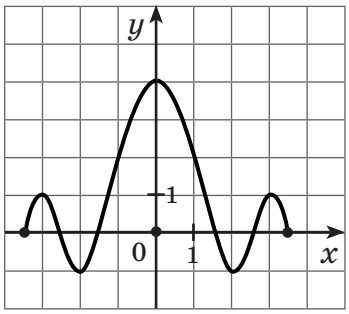
А



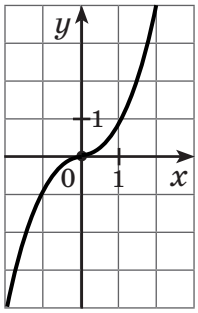
Б



В



Г



4) Серед поданих функцій укажи непарну.

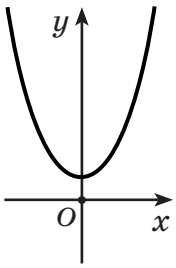
А $y = \sqrt{x}$; **Б** $y = \sqrt{-x}$;

В $y = \sqrt[3]{x}$; **Г** $y = \cos x$;

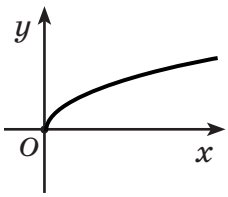
Д $y = x^3 - 2$.

5) На якому з рисунків зображено графік непарної функції?

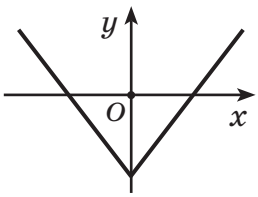
А



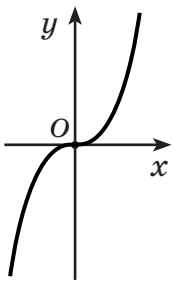
Б



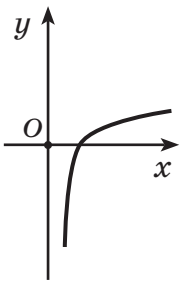
В



Г



Д



10. Розглянь зразки дослідження функції на парність/непарність.

Зразок 1. Визнач, чи є парною функція $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$.

Розв'язання

$D(f) = R$. Знайдемо $f(-x)$, $f(-x) = (-x)^4 - 2(-x)^2 + 3 = x^4 - 2x^2 + 3$.

Оскільки $f(-x) = f(x)$, то функція парна.

Зразок 2. Визнач, чи є парною функція $f(x) = x^2 + x$.

Розв'язання

$D(f) = R$, $f(-x) = (-x)^2 + (-x) = x^2 - x$. Оскільки $f(x) \neq f(-x)$, то функція не є парною.

Зразок 3. Визнач, чи є непарною функція $f(x) = x^3 - x^5$.

Розв'язання

$D(f) = R$, $f(-x) = (-x)^3 - (-x)^5 = -x^3 + x^5 = -(x^3 - x^5) = -f(x)$. Оскільки $f(-x) = -f(x)$, то функція непарна.

➢ Досліди функцію на парність/непарність.

а) $y = x^2 - 2$;

б) $y = x^3 - 5x + 1$;

в) $y = \dfrac{x^3}{x^2 + 1}$;

г) $y = \sqrt{1 - x^2}$.

Додаткові завдання

➢ Алгебраїчний тренажер 9.

11. Підсумовуємо вивчене.

- Функцію f називають парною, якщо для будь-якого значення x з області її визначення $f(-x) = -f(x)$.
- Функцію f називають непарною, якщо для будь-якого значення x з області її визначення $f(-x) = -f(x)$.

  Графік непарної функції розміщено симетрично відносно початку координат.

Алгоритм дослідження функції на парність/непарність

Для того щоб дослідити функцію на парність або непарність, необхідно:

1) перевірити виконання умови: для будь-якого значення x з області визначення $(-x)$ також належить області визначення, тобто перевірити, чи буде область визначення поданої функції множиною, симетричною відносно точки O (початку відліку);

2) перевірити виконання умови: $f(-x) = f(x)$ або $f(-x) = -f(x)$.

Зверни увагу! Якщо не виконується перша умова, то немає сенсу перевіряти другу.

УРОК 4 ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Переглянь презентацію та повтори навчальні одиниці, вивчені за картами знань 1А, 2А, 8А.

II. Виконай у робочому зошиті.

1. Досліди функції на парність/непарність.

   а) $y = x^2 - 1$;

   б) $y = \sqrt{x}$;

   в) $y = \frac{1}{x}$;

   г) $y = x + \frac{1}{x}$;

   д) $y = \frac{2x}{x-3}$;

   е) $y = -|x|$.

2. Побудуй графік функції.

   а) $y = \sqrt{x}$;

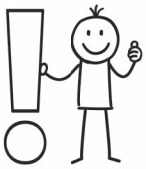
   б) $y = \frac{1}{x}$;

   в) $y = |x - 3|$.

ВЛАСТИВОСТІ ФУНКЦІЇ. ЗРОСТАННЯ/СПАДАННЯ, ПАРНІСТЬ/НЕПАРНІСТЬ

1. Перевірка домашнього завдання.

2. Математична розминка (тренування уваги). Переглянь презентацію. Дай відповіді на запитання.



— Скільки графіків функцій ти побачив/побачила на екрані? _____

— Скільки геометричних фігур ти побачив/побачила на екрані? _____

— У якій фігурі розміщено графік лінійної функції? _____

— Графік якої функції знаходиться в трикутнику? _____

— Яка фігура і якого кольору містить графік квадратичної функції? _____

3. За поданою картою знань повтори властивості функції.

Властивості функції

Функція є непарною, якщо для будь-якого значення x з області її визначення $f(-x) = -f(x)$.

Функція є парною, якщо для будь-якого значення x з області її визначення $f(-x) = f(x)$.

Функція є зростаючою на множині P, якщо більшому значенню аргументу із цієї множини відповідає більше значення функції, тобто для будь-яких двох значень x_1 і x_2 з множини P, якщо $x_2 > x_1$, $f(x_2) > f(x_1)$.

Функція є спадною на множині P, якщо більшому значенню аргументу із цієї множини відповідає менше значення функції, тобто для будь-яких двох значень x_1 і x_2 з множини P, якщо $x_2 > x_1$, $f(x_2) < f(x_1)$.

➢ Наведи приклади функції:

а) спадної: _____

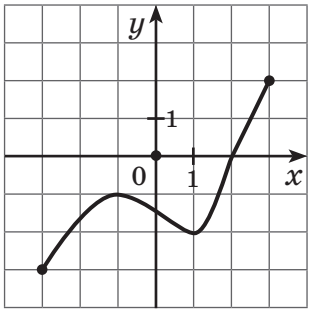
б) зростаючої: _____

в) парної: _____

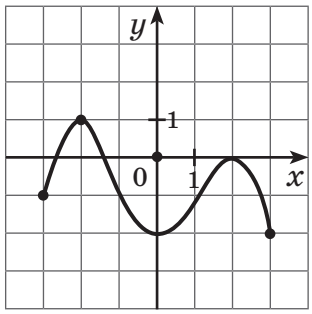
г) непарної: _____

4. Запиши проміжки спадання та зростання функції.

а)



б)



5. Повтори інформацію в рамочці. Відтвори з пам'яті.

Алгоритм дослідження функції на монотонність **(*зростання/спадання*)**

Для того щоб дослідити функцію на монотонність, необхідно:

1) вибрати будь-які два значення x_1 і x_2 з області визначення функції такі, що $x_2 > x_1$;

2) скласти різницю $f(x_2) - f(x_1)$ та з'ясувати (якщо це можливо), чи буде вона додатною (від'ємною), і, використовуючи означення числової нерівності, переконатися, що $f(x_2) > f(x_1)$ (або $f(x_2) < f(x_1)$), а звідси зробити висновок про зростання (спадання) функції.

➢ Досліди функцію на монотонність за поданим алгоритмом.

а) $y = \sqrt{1-x}$;

б) $y = -3x + 2$.

6. Повтори інформацію в рамочці. Відтвори з пам'яті.

Алгоритм дослідження функції на парність/непарність

Для того щоб дослідити функцію на парність або непарність, необхідно:

1) **перевірити виконання умови: для будь-якого значення x з області визначення $(-x)$ також належить області визначення, тобто перевірити, чи буде область визначення поданої функції множиною, симетричною відносно точки O (початку відліку);**
2) **перевірити виконання умови: $f(-x)=f(x)$ або $f(-x)=-f(x)$.**

Зверни увагу! Якщо не виконується перша умова, то немає сенсу перевіряти другу.

➢ Досліди функцію на парність/непарність.

а) $y=\sqrt{x^2+1}$; б) $y=\frac{1}{x^2}+1$.

7. Виконай завдання за зразком.

Зразок. Обчисли найменше значення функції $y=x^2-4x+1$.

Розв'язання

Функція виду $ax^2+bx+c=y$ набуває найбільшого/найменшого значення в точці $x=-\frac{b}{2a}$. При $a>0$ значення функції в цій точці найменше, при $a<0$ — найбільше. Знайдемо $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4}{2\cdot 1}=2$. Отже, $f(2)=2^2-4\cdot 2+1=-3$. Оскільки $a=1$, $1>0$, то це найменше значення функції.

Відповідь: -3.

➢ Обчисли найбільше значення функції $y=-4x^2+8x+1$.

АЛГЕБРАЇЧНИЙ БАТЛ

Виконай тестові завдання за 10 хв.

10 хв

1) Знайди область визначення функції $y=\dfrac{x}{x-1}$.

А $(-\infty;\ 1)\cup(1;\ +\infty)$; **Б** $(-\infty;\ 0]\cup[1;\ +\infty)$;
В $(-\infty;\ +\infty)$; **Г** $(-\infty;\ 0)\cup(0;\ +\infty)$.

А	Б	В	Г

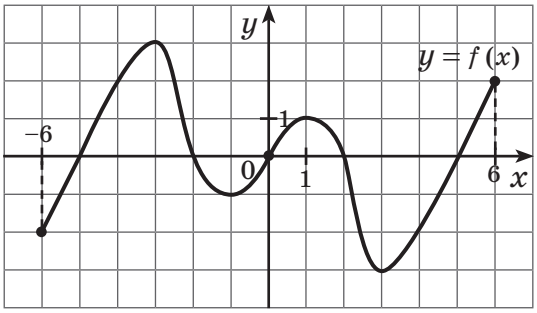
2) Задано функцію $f(x)=\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$, знайди $f(0)$.

А 0; **Б** 1; **В** −1;
Г інший варіант відповіді: _____.

А	Б	В	Г

3) Укажи область визначення функції, графік якої зображено на рисунку.

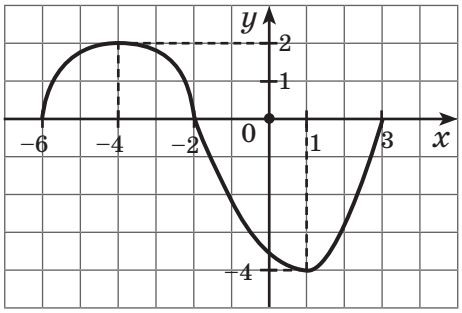
А [−6; 6];
Б (−6; 6);
В (−6; 0) ∪ (0; 6);
Г [−3; 3].



А	Б	В	Г

4) Укажи проміжок спадання функції.

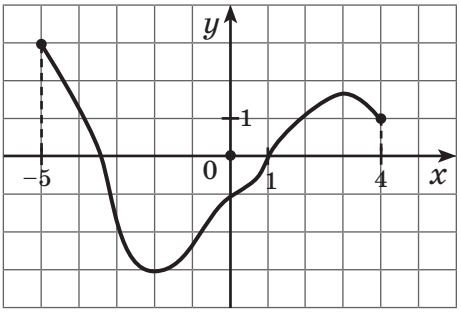
А [−2; 1];
Б [−2; 3];
В [−4; 1];
Г [−4; −2].



А	Б	В	Г

5) Укажи проміжок зростання функції.

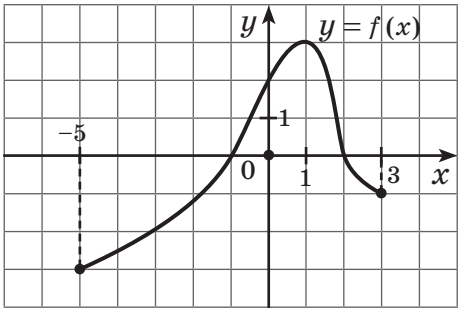
А [−3; 4];
Б [−5; −2];
В [1; 4];
Г [−2; 3].



А	Б	В	Г

6) Укажи область значень функції.

А [−5; 3);
Б [−2; 4);
В [−3; 3];
Г [−5; 3].



А	Б	В	Г

8. Підсумовуємо вивчене.

- Функцію $f(x)$ називають парною, якщо для будь-якого значення x з області її визначення $f(-x)=f(x)$.
- Функцію $f(x)$ називають непарною, якщо для будь-якого значення x з області її визначення $f(-x)=-f(x)$.
- Функція $f(x)$ є зростаючою на множині P, якщо більшому значенню аргументу із цієї множини відповідає більше значення функції, тобто для будь-яких двох значень x_1 і x_2 з множини P, якщо $x_2>x_1$, $f(x_2)>f(x_1)$.
- Функція $f(x)$ є спадною на множині P, якщо більшому значенню аргументу із цієї множини відповідає менше значення функції, тобто для будь-яких двох значень x_1 і x_2 з множини P, якщо $x_2>x_1$, $f(x_2)<f(x_1)$.

УРОК 5 ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Переглянь презентацію та повтори навчальні одиниці, вивчені за картами знань 1А, 2А.

II. Виконай у робочому зошиті.

1. Досліди функції на парність/непарність.

   а) $y=2x^2$;

   б) $y=\sqrt{|x|+x^4}$;

   в) $y=\dfrac{1}{x^3}$;

   г) $y=x\,|x|$;

   д) $y=\dfrac{2x}{5}$;

   е) $y=5x^2$.

2. Досліди функцію на монотонність.

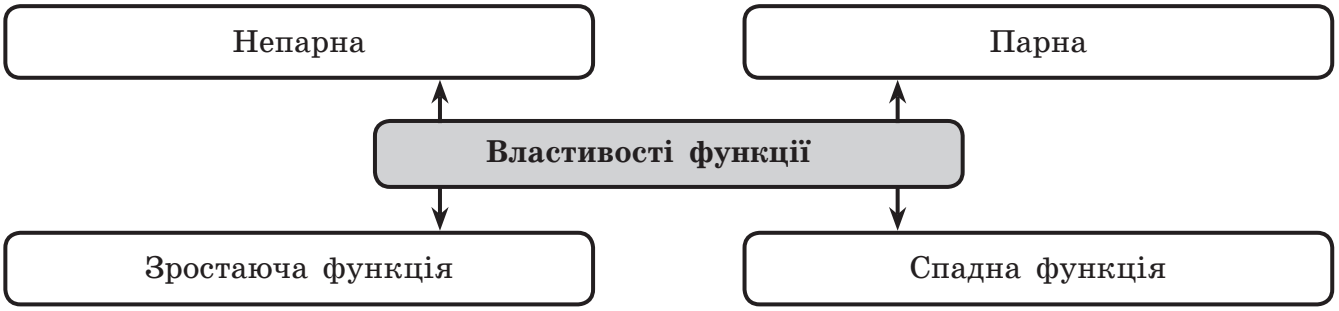
   а) $y=\sqrt{3+5x}$;

   б) $y=2x-7$.

Урок 6

ВЛАСТИВОСТІ ФУНКЦІЇ. ЗРОСТАННЯ/СПАДАННЯ, ПАРНІСТЬ/НЕПАРНІСТЬ

1. Перевірка домашнього завдання.
2. Переглянь презентацію. Знайди помилку.
3. Попрацюй у парі. За поданою **інтелект-картою** пригадайте властивості функцій. Сформулюйте запитання одне одному.



➢ Наведи приклади функцій:

а) спадної: _____

б) зростаючої: _____

в) парної: _____

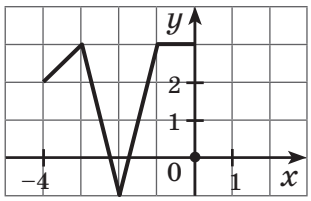
г) непарної: _____

4. Виконай завдання.

а) Знайди значення виразу $9\cdot f(11)-2-\dfrac{f(-11)\cdot f(3)}{f(-3)\cdot f(1)}$, якщо $y=f(x)$ — непарна функція та $f(-11)=-4$, $f(-1)=10$.

б) Знайди значення виразу $\dfrac{1}{2}\cdot f(-7)+\dfrac{f(-1)\cdot f(2)}{f(7)\cdot f(1)}-12$, якщо $y=f(x)$ — парна функція та $f(-7)=2$, $f(2)=5$.

5. На рисунку зображено графік парної функції на відрізку $[-4;0]$. Функція визначена на всій числовій прямій. Обчисли $\frac{f(0)}{f(2)}+f(1)\cdot f(3)-f(4)$.



6. Доведи, що функція f:

а) парна, якщо $f(x)=\frac{16x^4}{x^2+1}$;

б) непарна, якщо $f(x)=\frac{(x-1)(x+1)}{x}$.

7. Знайди найбільше значення функції $y=\sqrt{4-(x-1)^2}$.

8. Знайди найбільше та найменше значення функції на відрізках:

а) $y = 2 + x - x^2$, $x \in [-1;\ 3]$; б) $y = 4 + \dfrac{1}{x-3}$, $x \in [0;\ 2]$.

9. Запам'ятай інформацію в рамочці.

Щоб знайти нулі функції, потрібно розв'язати рівняння. Нулі функції розбивають її область визначення на проміжки знакосталості — проміжки, на яких функція набуває значень одного знака.

Наприклад, нулем функції $y = x - 5$ є лише одне значення x:

$x - 5 = 0;\ x = 5.$

➢ Знайди нулі функції $f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x$.

10. Виконай **самостійну роботу 1**.

11. Підсумовуємо вивчене.

- Функцію $f(x)$ називають парною, якщо для будь-якого значення x з області її визначення $f(-x)=f(x)$.
- Функцію $f(x)$ називають непарною, якщо для будь-якого значення x з області її визначення $f(-x)=-f(x)$.
- Функція $f(x)$ є зростаючою на множині P, якщо більшому значенню аргументу із цієї множини відповідає більше значення функції, тобто для будь-яких двох значень x_1 і x_2 з множини P, якщо $x_2>x_1$, $f(x_2)>f(x_1)$.
- Функція $f(x)$ є спадною на множині P, якщо більшому значенню аргументу із цієї множини відповідає менше значення функції, тобто для будь-яких двох значень x_1 і x_2 з множини P, якщо $x_2>x_1$, $f(x_2)<f(x_1)$.
- Щоб знайти нулі функції, потрібно розв'язати рівняння. Нулі функції розбивають область її визначення на проміжки знакосталості — проміжки, на яких функція набуває значень одного знака. Наприклад, нулем функції $y=x-2$ є лише одне значення x: $x-2=0$; $x=2$.

УРОК 6 ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Переглянь презентацію та повтори навчальні одиниці, вивчені за картами знань 1А, 2А.

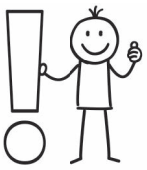
II. Виконай у робочому зошиті.

1. Доведи, що функція $f(x)=\dfrac{x^2-4}{|x|}$ є парною.
2. Доведи, що функція f непарна, якщо $f(x)=\dfrac{2x^3}{x^2-9}$.
3. Знайди найбільше та найменше значення функції на відрізках:
   а) $y=3+2x-x^2$, $x\in[0;\,3)$;
   б) $y=2+\dfrac{1}{x-1}$, $x\in[0;\,2)$.
4. Знайди нулі функції $f(x)=x^3-x^2-20x$.

ВЛАСТИВОСТІ ТА ГРАФІКИ ОСНОВНИХ ВИДІВ ФУНКЦІЙ

1. Перевірка домашнього завдання.

2. Математична розминка (тренування уваги). Переглянь презентацію. Дай відповіді на запитання.



— Скільки графіків функцій ти побачив/побачила на екрані? _____

— Скільки геометричних фігур ти побачив/побачила на екрані? _____

— У якій фігурі розміщено графік функції $y = kx + b$? _____

— У якій фігурі розміщено графік функції $y = \sqrt{x}$? _____

— У якій фігурі розміщено графік функції $y = |x|$? _____

3. Мінілекція. Прочитай текст. Підкресли головне.

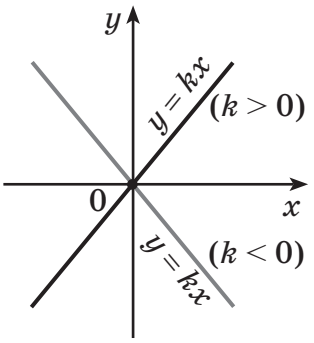
Лінійна функція $y = kx + b$

Лінійною функцією є функція виду $y = kx + b$, де k і b — деякі числа. Обґрунтуємо основні характеристики цієї функції: область визначення, область значень, парність чи непарність, зростання й спадання.

Область визначення — множина всіх дійсних чисел: $D(y) = R$, оскільки формула $kx + b$ має зміст при всіх дійсних значеннях x (тобто для будь-якого дійсного значення x ми можемо обчислити значення $kx + b$).

Область значень лінійної функції буде різною залежно від значення коефіцієнта k.

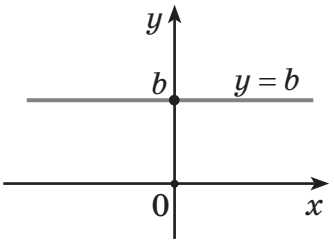
Якщо $k = 0$, то функція має вигляд $y = b$, тобто область її значень складається з одного числа b. У такому випадку графіком лінійної функції $y = b$ є пряма, паралельна осі Ox, яка перетинає вісь Oy в точці b. Якщо $k \neq 0$, то $E(y) = R$.



Парність і *непарність* лінійної функції суттєво залежить від значень коефіцієнтів b і k.

При $b = 0$ і $k \neq 0$ функція $y = kx + b$ перетворюється на функцію $y = kx$, яка є непарною, оскільки для всіх значень x з області її визначення $f(-x) = k(-x) = -kx = -f(x)$.

Отже, графік функції $y = kx$ симетричний відносно точки O.



При $k = 0$ отримаємо функцію $y = b$, яка є парною, оскільки для всіх значень x з області її визначення $f(-x) = b = f(x)$. Тобто графік функції $y = b$ симетричний відносно осі Oy.

Зростання й спадання лінійної функції залежить від значення коефіцієнта k. При $k = 0$ отримаємо функцію $y = b$ — постійну. При $k > 0$ функція $y = kx + b$ зростає, а при $k < 0$ — спадає.

Графіком лінійної функції $y = kx + b$ завжди є пряма.

➢ Розглянь зразки виконання завдання.

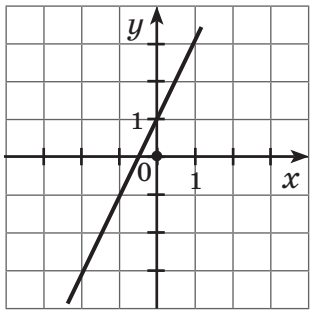
Завдання. Побудуй графік функції:

1) $y = 2x + 1$; 2) $y = -3x - 1$; 3) $y = 4$.

Зразок 1. $y = 2x + 1$.

Графік функції — пряма.

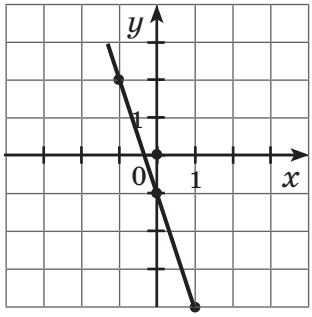
x	0	1
y	1	3



Зразок 2. $y = -3x - 1$.

Графік функції — пряма.

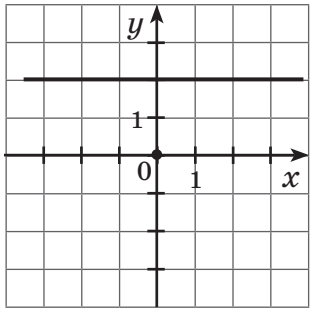
x	0	1
y	−1	−4



Зразок 3. $y = 2$.

Графік функції — пряма, паралельна осі Ox, яка проходить через точку 2 на осі Oy.

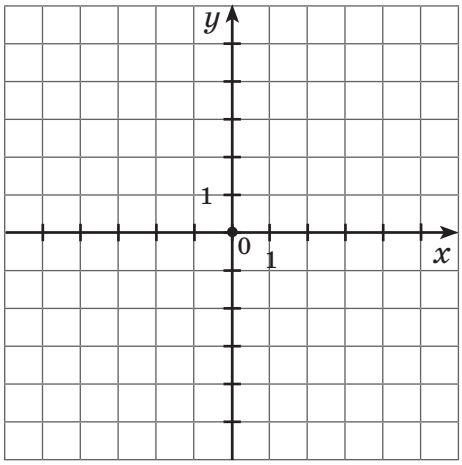
x	0	1
y	2	2



➢ Побудуй графік функції за зразками.

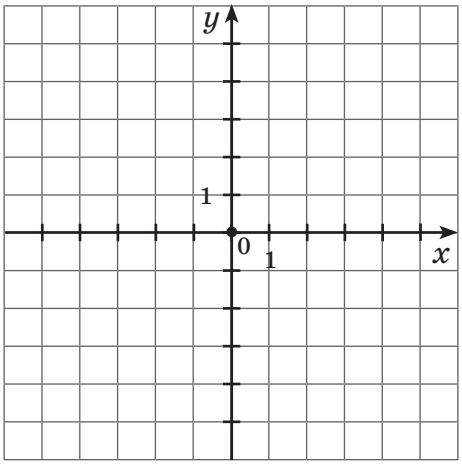
а) $y = 2x - 1$;

x		
y		



б) $y = -x - 2$.

x		
y		



4. Мінілекція (продовження). Прочитай текст. Підкресли головне.

Функція $y = \frac{k}{x}$ $(k \neq 0)$

Зазначена функція виражає обернено пропорційну залежність.

Область визначення: $x \neq 0$. Це можна записати також так:

$$D(y) = (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty).$$

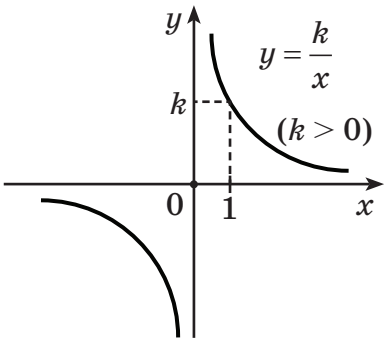
Область значень: $y \neq 0$. Це можна записати також так: $E(y) = (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$.

Функція непарна, оскільки її областю визначення є множина, симетрична відносно точки O, і $f(-x) = \frac{k}{-x} = -\frac{k}{x} = -f(x)$.

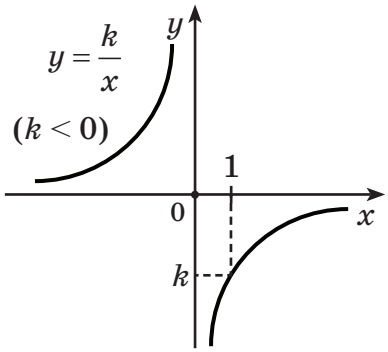
Графік симетричний відносно початку координат.

Графік функції $y = kx$ $(k \neq 0)$ називають гіперболою (вона складається з двох віток). При $k > 0$ вітки гіперболи знаходяться в I і III координатних чвертях, а при $k < 0$ — у II і IV чвертях.

а)



б)



Зростання й спадання функції залежить від знака коефіцієнта k.

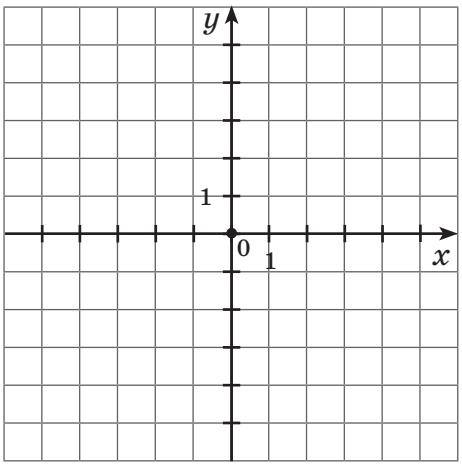
При $k > 0$ на кожному з проміжків $(-\infty;\ 0)$ та $(0;\ +\infty)$ функція спадає.

При $k < 0$ на кожному з проміжків $(-\infty;\ 0)$ та $(0;\ +\infty)$ функція зростає.

Зауваження. Характеризуючи зростання чи спадання функції $y = \frac{k}{x}$ $(k \neq 0)$, слід пам'ятати, що на всій області визначення $(x \neq 0)$ ця функція не є спадною (і не є зростаючою).

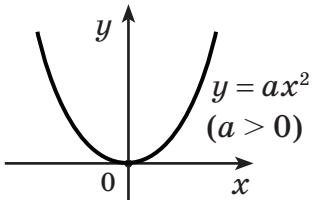
➢ Побудуй графік функції $y = -\frac{8}{x}$.

x					
y					



5. Мінілекція (продовження). Прочитай текст. Підкресли головне.

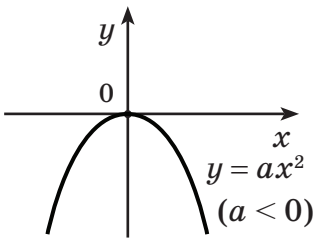
Функція $y = ax^2$ $(a \neq 0)$



Графіком цієї функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору при $a > 0$ і вниз при $a < 0$ (див. рис.). Оскільки при $x = 0$ значення $y = 0$, то графік завжди проходить через початок координат.

Область визначення: $x \in R$, оскільки значення $y = ax^2$ можна обчислити при будь-яких значеннях x.

Область значень: при $a > 0$ $E(y) = [0;\ +\infty)$, при $a < 0$ $E(y) = (-\infty;\ 0]$.



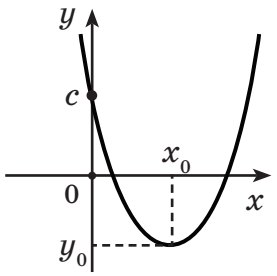
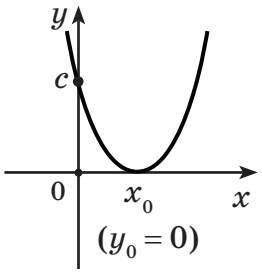
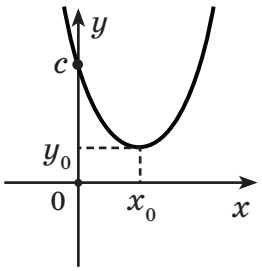
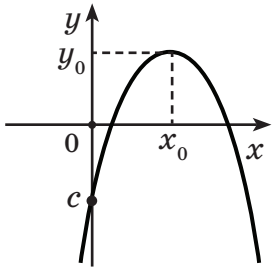
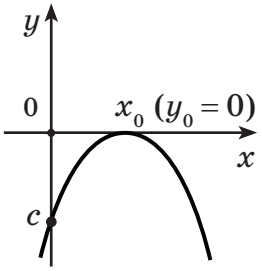
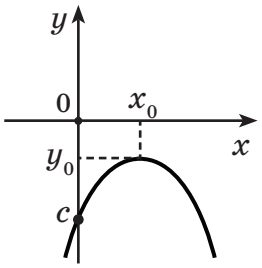
Функція парна, оскільки $f(-x) = a(-x)^2 = ax^2 = f(x)$. Отже, її графік симетричний відносно осі Oy.

Зростання й спадання функції: при $a > 0$ на проміжку $(-\infty;\ 0]$ функція спадає, а на проміжку $[0;\ +\infty)$ — зростає. При $a < 0$ на проміжку $(-\infty;\ 0]$ функція зростає, а на проміжку $[0;\ +\infty)$ — спадає.

Квадратична функція $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$

Графіком цієї функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору при $a > 0$ і вниз при $a < 0$. Вершина параболи розташована в точці $O(x_0;\ y_0)$, $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$. $y_0 = f(x_0)$.

Основні варіанти розміщення графіка функції $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$:

	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

Область визначення: $D(y) = R$, оскільки значення $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ можна обчислити при будь-яких значеннях x.

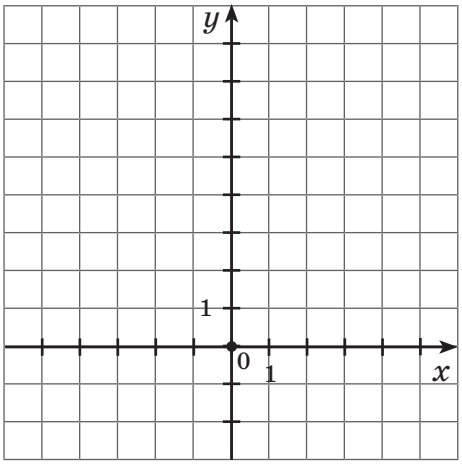
Область значень: при $a > 0$ функція набуває всіх значень $y \geqslant y_0$, тобто $E(y) = [y_0;\ +\infty)$. При $a < 0$ функція набуває всіх значень $y \leqslant y_0$, тобто $E(y) = (-\infty;\ y_0]$.

У загальному випадку (якщо $b \neq 0$) функція $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ не є ані парною, ані непарною.

Зростання й спадання функції: при $a > 0$ на проміжку $(-\infty;\ x_0]$ функція спадає, а на проміжку $[x_0;\ +\infty)$ — зростає. При $a < 0$ на проміжку $(-\infty;\ x_0]$ функція зростає, а на проміжку $[x_0;\ +\infty)$ — спадає.

➢ Побудуй графік функції $y = 2x^2 + 3$.

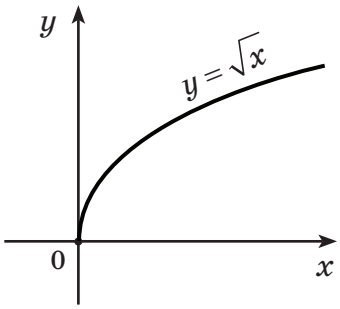
x					
y					



6. Мінілекція (продовження). Прочитай текст. Підкресли головне.

Функція $y = \sqrt{x}$

Область визначення: $D(y) = [0;\ +\infty)$.
Область значень: $E(y) = [0;\ +\infty)$.
Функція зростає на всій області визначення.
Функція не є ані парною, ані непарною.
Графік розташований у I чверті.



Функція $y = [x]$ та $y = \{x\}$

Кожне дробове число можна представити у вигляді суми двох доданків, одне з яких — ціле число, а друге — невід'ємний правильний дріб. Наприклад:

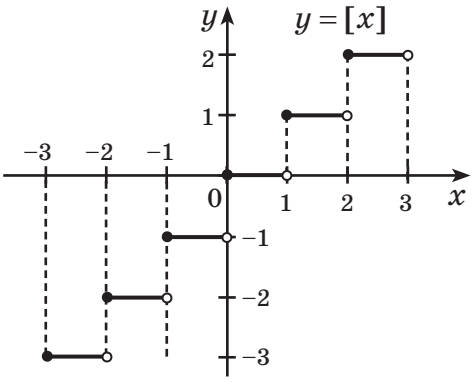
$10{,}7 = 10 + 0{,}7$;
$\sqrt{2} = 1 + 0{,}41$;
$0{,}5 = 0 + 0{,}5$;
$-2{,}25 = -3 + 0{,}75$.

7. Запам'ятай інформацію в рамочці. Відтвори з пам'яті.

За цілу частину x беруть найбільше ціле число, яке є не більшим за x.
Цілу частину числа x позначають символом $[x]$, де $x = n + q$, $n \in Z$, а $0 \leqslant q < 1$.
Очевидно, що $[x] = n$.
При будь-якому значенні x виконується подвійна нерівність:

$$[x] \leqslant x < [x] + 1.$$

8. Прочитай текст. Підкресли головне.



Функція $y = [x]$, де $[x]$ — ціла частина x, задає функцію, областю визначення якої є множина всіх дійсних чисел.

➢ Запам'ятай інформацію в рамочці.

Дробовою частиною числа x є різниця між числом і його цілою частиною. Дробову частину числа x позначають символом $\{x\}$. З означення випливає, що $\{x\} = x - [x]$.

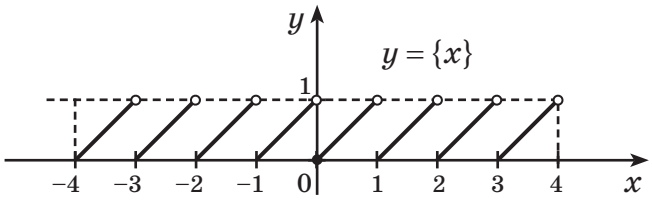
➢ Знайди цілу і дробову частину за зразком.

Зразок. $\{9,7\} = 9,7 - [9,7] = 9,7 - 9 = 0,7$;
$\{-2,3\} = -2,3 - [-2,3] = -2,3 - (-3) = -2,3 + 3 = 0,7$.

а) 5,4; б) 7; в) −4,6; г) −2; д) 0,8; е) −0,3.

9. Запам'ятай інформацію в рамочці.

Формулою $y = \{x\}$, або $y = x - [x]$, задають функцію, областю визначення якої є множина усіх дійсних чисел.



10. Підсумовуємо вивчене.

- За цілу частину x беруть найбільше ціле число, яке є не більшим за x. Цілу частину числа x позначають символом $[x]$, де $x = n + q$, $n \in \boldsymbol{Z}$, а $0 \leqslant q < 1$. Очевидно, що $[x] = n$. При будь-якому значенні x виконується подвійна нерівність: $[x] \leqslant x < [x] + 1$.
- Дробовою частиною числа x є різниця між числом і його цілою частиною. Дробову частину числа x позначають символом $\{x\}$. З означення випливає, що $\{x\} = x - [x]$.
- Формулою $y = \{x\}$, або $y = x - [x]$, задають функцію, областю визначення якої є множина усіх дійсних чисел.

УРОК 7 ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Переглянь презентацію та повтори навчальні одиниці, вивчені за картами знань 1А, 2А, 6А.

II. Виконай у робочому зошиті.

1. Побудуй графіки функцій.
   а) $y = -4 - x$;
   б) $y = \frac{6}{x}$;
   в) $y = x^2 - 5$.
2. Знайди цілу і дробову частину: $8{,}8$; 11; $-6{,}1$; -12; $0{,}21$; $-0{,}9$.
3. Виконай алгебраїчний тренажер 9 (продовження).

МАТЕМАТИКА В СМАРТФОНІ

Перевіряй побудову графіків за допомогою GeoGebra

ВЛАСТИВОСТІ ТА ГРАФІКИ ОСНОВНИХ ВИДІВ ФУНКЦІЙ

1. Перевірка домашнього завдання.
2. Математична розминка. Обчисли усно. Запиши відповідь.

	$x=0$	$x=1$	$x=-1$	$x=2$	$x=3$	$x=0{,}1$	$x=\frac{1}{2}$
$f(x)=-2x-1$							
$f(x)=x^2-1$							

3. Переглянь презентацію. Визнач головне. З'єднай функцію з її графіком.

$y=kx+b$
$y=\frac{k}{x}\ \ (k\neq 0)$
$y=ax^2+bx+c\ \ (a\neq 0)$
$y=ax^3$

коло
кубічна парабола
парабола
пряма
гіпербола

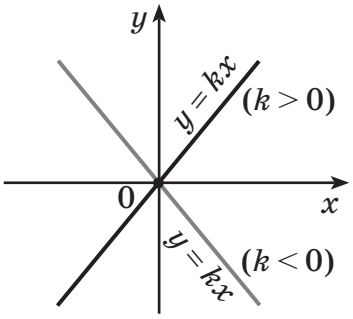
4. Повтори інформацію в рамочці. Відтвори з пам'яті.

Лінійною функцією **є функція виду** $y=kx+b$, **де** k **і** b **— деякі числа.**

Область визначення **— множина всіх дійсних чисел:** $D(y)=R$.

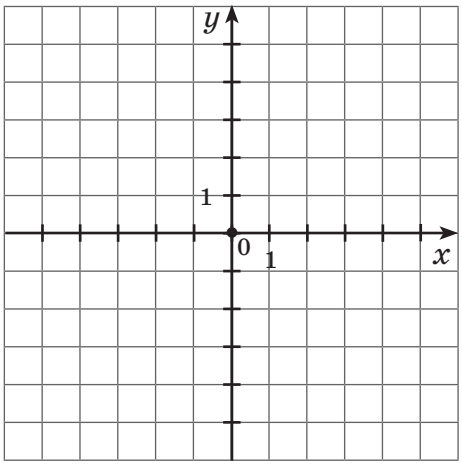
Область значень лінійної **функції є різною залежно від значення коефіцієнта** k **(або число** b**, або** R**).**

Графіком лінійної функції $y=kx+b$ **завжди є пряма.**



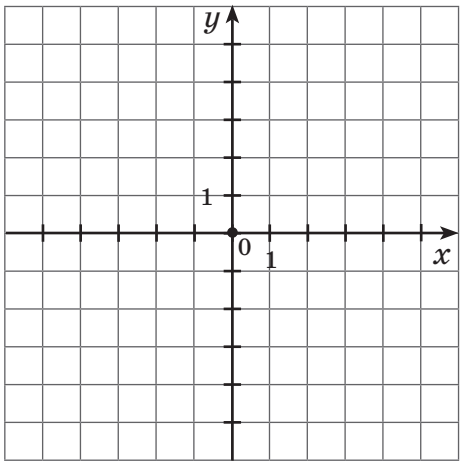
➢ Побудуй графік функції.

а) $y=3x-2$;



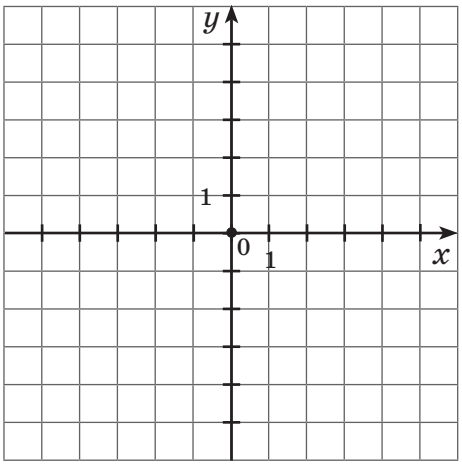
x	y

б) $y=-x+4$;



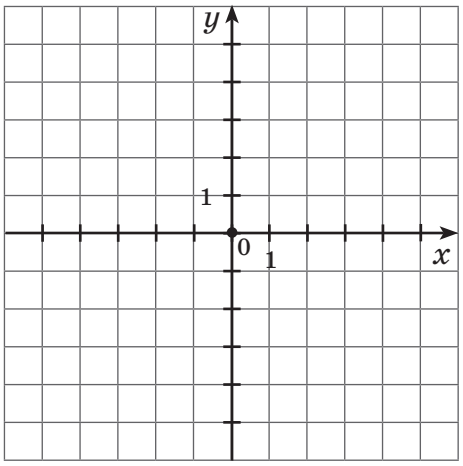
x	y

в) $y = -2$;



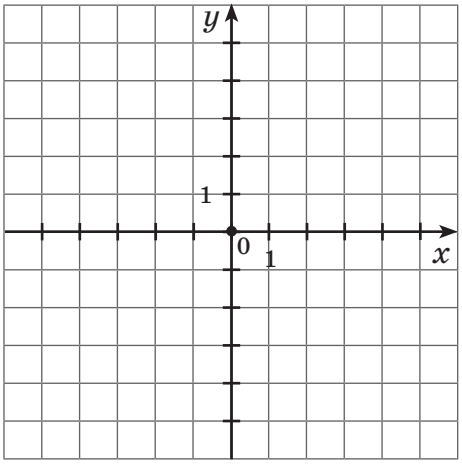
x	y

г) $y = -5x$;



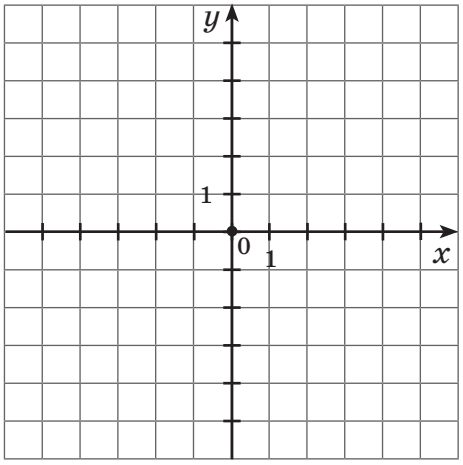
x	y

д) $y = 3\frac{1}{2}$;



x	y

е) $y = \frac{1}{5}x$.

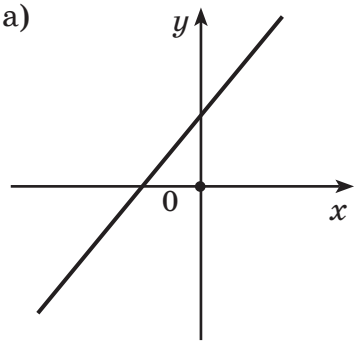


x	y

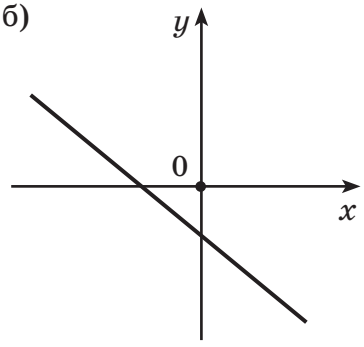
➢ Чи є серед цих функцій парні або непарі? Відповідь обґрунтуй.

5. За поданими графіками функцій $y = kx + b$ укажи знаки k та b у кожному випадку.

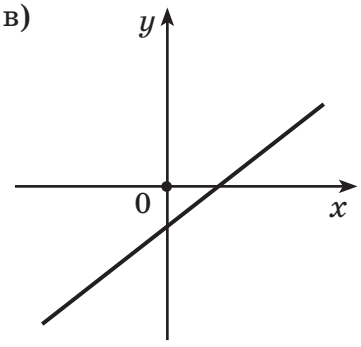
а)



б)

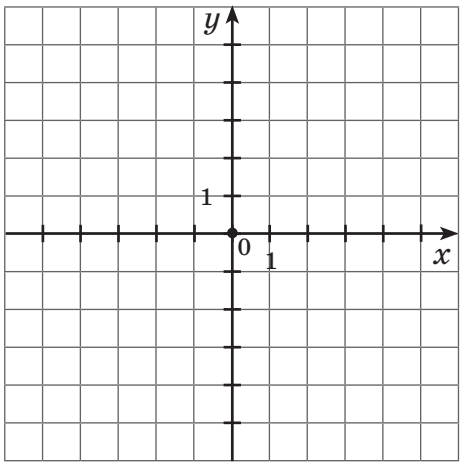


в)



6. Побудуй графік функції, укажи проміжки зростання (спадання) та знайди найбільше та найменше значення функції $f(x)=\frac{1}{2}x-3$, якщо $-2 \leqslant x \leqslant 4$.

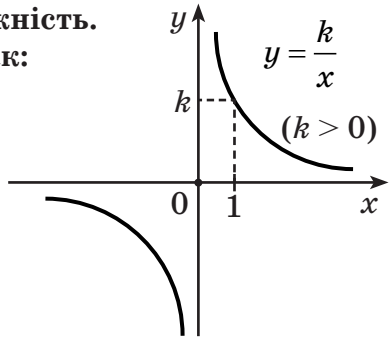
x	y



7. Повтори інформацію в рамочці. Відтвори з пам'яті.

Функція $\boldsymbol{y=\frac{k}{x}(k\neq 0)}$

Ця функція виражає обернено пропорційну залежність.
Область визначення: $x \neq 0$. Це можна записати так:
$D(y)=(-\infty;\ 0)\cup(0;\ +\infty)$.
Область значень: $y \neq 0$. Це можна записати так:
$E(y)=(-\infty;\ 0)\cup(0;\ +\infty)$.

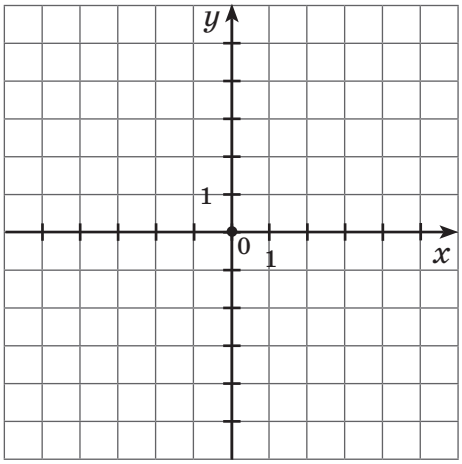


Функція непарна, оскільки її областю визначення є множина, симетрична відносно точки O, і $f(-x)=\frac{k}{-x}=-\frac{k}{x}=-f(x)$. Графік симетричний відносно початку координат.

Графіком функції є гіпербола (вона складається з двох віток).

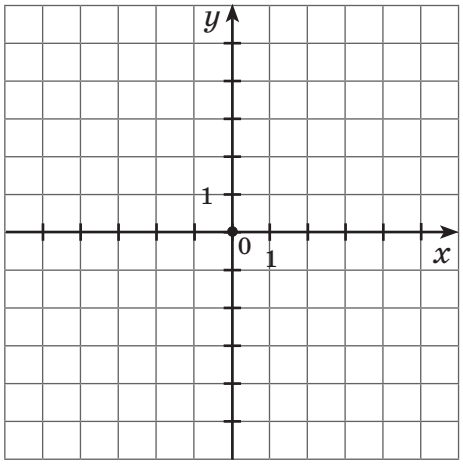
➢ Побудуй графік функції.

а) $y=-\frac{2}{x}$;



x	y

б) $y=\frac{3}{x}$.



x	y

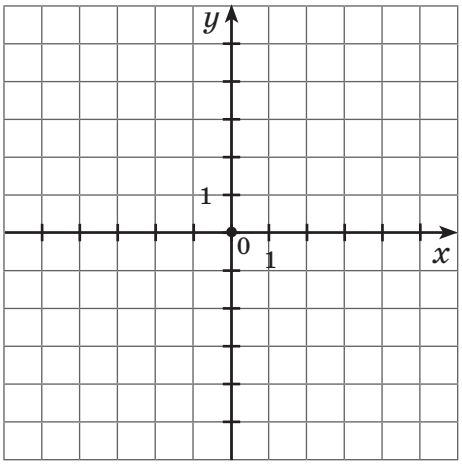
8. Повтори інформацію в рамочці. Відтвори з пам'яті.

Квадратична функція
$$y = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$$

Графіком функції є парабола, вітки якої напрямлені вгору при $a > 0$ і вниз при $a < 0$. Вершина параболи розташована в точці $O(x_0;\ y_0)$; $x_0 = -\frac{b}{2a}$, $y_0 = f(x_0)$.

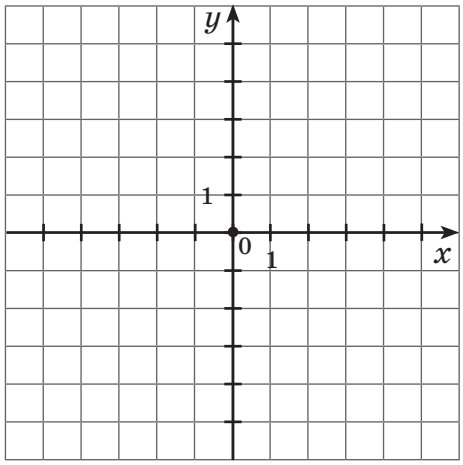
➢ Побудуй графік функції.

а) $y = -2x^2$;



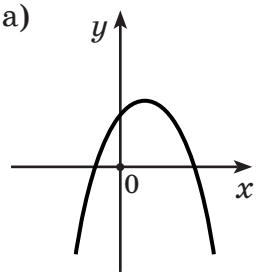
x	y

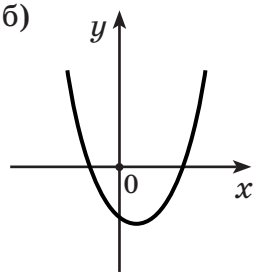
б) $y = -x^2 + 4x + 2$.

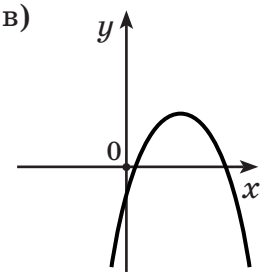


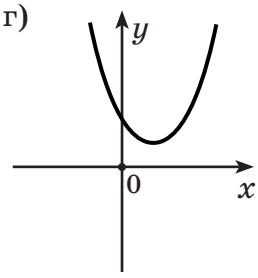
x	y

9. За поданими графіками функцій $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ укажи знаки a, b та c у кожному випадку.

а)


б)


в)


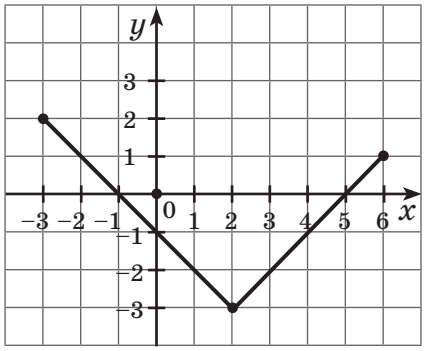
г)


10. Визнач, парною чи непарною є функція.

1) $f(x) = -x^2 + 6$;
2) $f(x) = -x^3 + x$;
3) $f(x) = |x| + 4$;
4) $f(x) = x^2$;
5) $f(x) = x^2 + 1$;
6) $f(x) = -3x^2 - 5$;
7) $f(x) = |x|^3$;
8) $f(x) = \frac{|x|}{x^2 + 1}$;
9) $f(x) = -x^5$;
10) $f(x) = 0$;
11) $f(x) = -x(x^2 + 5)$;
12) $f(x) = \frac{|x|}{x^3 - 1}$.

11. Для функції, заданої графіком, укажи:

а) область визначення функції;
б) нулі функції;
в) проміжки, на яких функція набуває додатних значень;
г) проміжки, на яких функція набуває від'ємних значень;
д) проміжки зростання та спадання функції;
е) множину значень функції.



12. Знайди нулі функції та схематично зобрази її графік. Запиши проміжки знакосталості та зростання (спадання) функції.

а) $y = x^2 - 4$; б) $y = |x| - 1$; в) $y = -x^2 + 2x + 3$.

13. Обчисли найменше та найбільше значення функції (якщо воно існує).

а) $f(x) = 2 + \sqrt{x-4}$; б) $f(x) = 2 - |x-1|$; в) $f(x) = \dfrac{2}{x^2+1}$.

14. Підсумовуємо вивчене.

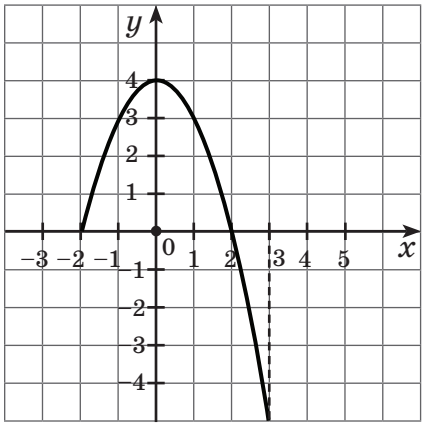
- За цілу частину x беруть найбільше ціле число, яке є не більшим за x. Цілу частину числа x позначають символом $[x]$, де $x = n + q$, $n \in Z$, а $0 \leqslant q < 1$. Очевидно, що $[x] = n$. При будь-якому значенні x виконується подвійна нерівність: $[x] \leqslant x < [x] + 1$.
- Дробовою частиною числа x є різниця між числом і його цілою частиною.
- Дробову частину числа x позначають символом $\{x\}$. З означення випливає, що $\{x\} = x - [x]$.
- Формулою $y = \{x\}$, або $y = x - [x]$, задають функцію, областю визначення якої є множина всіх дійсних чисел.

УРОК 8 ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Переглянь презентацію та повтори навчальні одиниці, вивчені за картами знань 1А, 4А.

II. Виконай у робочому зошиті.

1. Для функції, заданої графіком, укажи:



а) область визначення функції;

б) нулі функції;

в) проміжок, на якому функція набуває додатних значень;

г) проміжок, на якому функція набуває від'ємних значень;

д) проміжки зростання та спадання функції;

е) множину значень функції.

2. Побудуй графік функції.

1) $y = 2x + 3$; 2) $y = -3x + 2$; 3) $y = -2x$;

4) $y = 5x$; 5) $y = \left|3 - 2x - x^2\right|$; 6) $y = \sqrt{x+2}$;

7) $y = \dfrac{1}{x-3} - 2$; 8) $y = 5x^2$; 9) $y = -3x^2 + 6x$.

3. Визнач, парною чи непарною є функція:

а) $f(x) = 5x^3 + x$; б) $f(x) = \dfrac{2}{x^3 - 3x}$;

в) $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + 2}$; г) $f(x) = 5x^3 + x^2 + 4$.

МАТЕМАТИКА В СМАРТФОНІ

Алгебра

ПОБУДОВА ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ ЗА ДОПОМОГОЮ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ВІДОМИХ ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ

Урок 9

1. Перевірка домашнього завдання.

2. Математична розминка. Обчисли усно. Запиши відповідь.

	$x=0$	$x=1$	$x=-1$	$x=4$	$x=9$	$x=0{,}01$	$x=\frac{1}{4}$
$f(x)=\lvert x\rvert+x^2$							
$f(x)=x-\sqrt{x}$							

3. Переглянь презентацію. Сформулюй запитання щодо отриманої інформації.

4. Мінілекція. Прочитай текст. Підкресли головне.

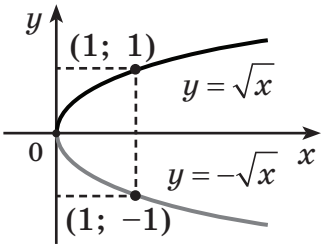
Графік функції $y=-f(x)$

Порівняємо графіки функцій $y=x^2$ та $y=-x^2$. Очевидно, що графік функції $y=-x^2$ можна отримати з графіка функції $y=x^2$ симетричним відображенням його відносно осі Ox.

Дійсно, за означенням графік функції $y=f(x)$ складається з усіх точок M координатної площини, які мають координати $(x;\ f(x))$. Тоді графік функції $y=-f(x)$ складається з усіх точок K координатної площини, які мають координати $(x;\ -f(x))$. Точки $M(x;\ f(x))$ і $K(x;\ -f(x))$ розміщено на координатній площині симетрично відносно осі Ox.

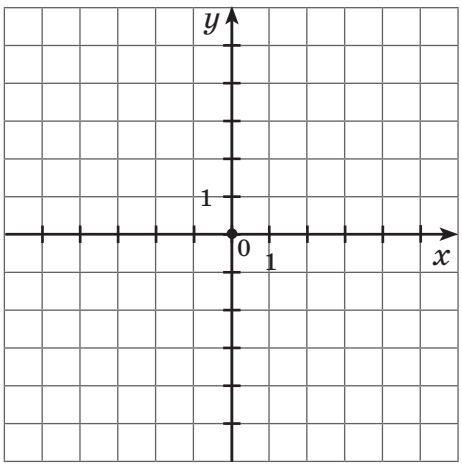
Графік функції $y=-f(x)$ можна отримати з графіка функції $y=f(x)$ його симетричним відображенням відносно осі Ox.

Відносно осі Ox:
$f(x)\to -f(x)$
$(x;\ y)\to(x;\ -y)$



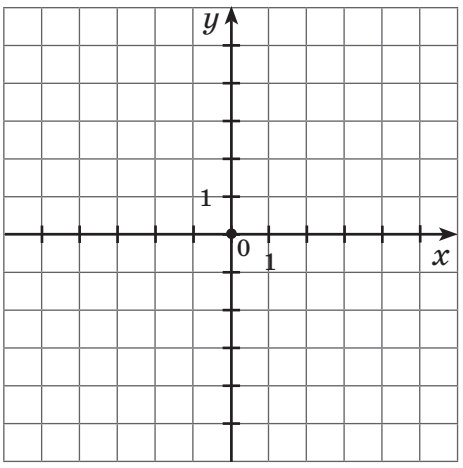
➢ Побудуй графік функції.

а) $y=-x$;



x	y

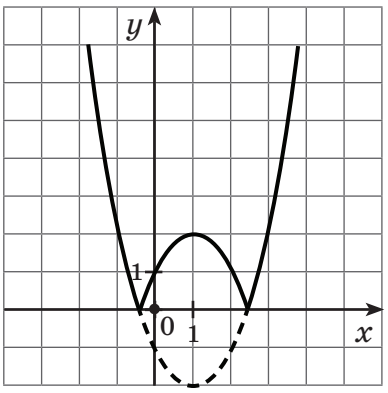
б) $y=-x^2$.



x	y

5. Мінілекція (продовження). Прочитай текст. Підкресли головне.

Графік функції $y = |f(x)|$



Графік функції $y = |f(x)|$ може бути побудований так: частина графіка функції $y = f(x)$, яка лежить вище від осі Ox (і на самій осі), залишається без змін, а та частина, яка лежить нижче від осі Ox, відображається симетрично відносно цієї осі.

Дійсно, $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x), \text{ якщо } f(x) \geqslant 0 \\ \text{(графік не змінюється);} \\ -f(x), \text{ якщо } f(x) < 0 \\ \text{(симетрія відносно осі } Ox). \end{cases}$

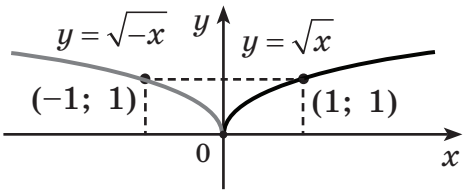
Зразок графіка функції $y = |(x-1)^2 - 2|$:

Графік функції $y = f(-x)$

Графік функції $y = f(-x)$ можна отримати з графіка функції $y = f(x)$ його симетричним відображенням відносно осі Oy.

Точки $M(x;\ f(x))$ і $T(-x;\ f(x))$ розміщено на координатній площині симетрично відносно осі Oy.

Відносно осі Oy:
$f(x) \to f(-x)$
$(x;\ y) \to (-x;\ y)$

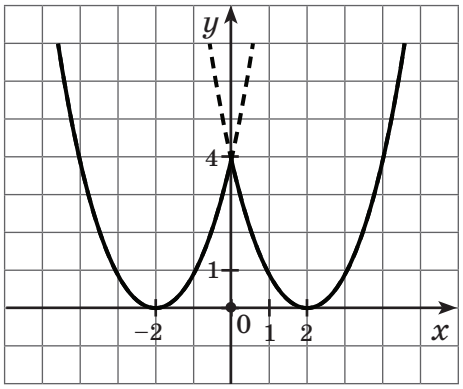


Графік функції $y = f(|x|)$

Графік функції $y = f(|x|)$ будують так: частину графіка функції $y = f(x)$, яка лежить праворуч від осі Oy (і на самій осі), залишають без змін, і саме цю частину відображають симетрично відносно осі Oy.

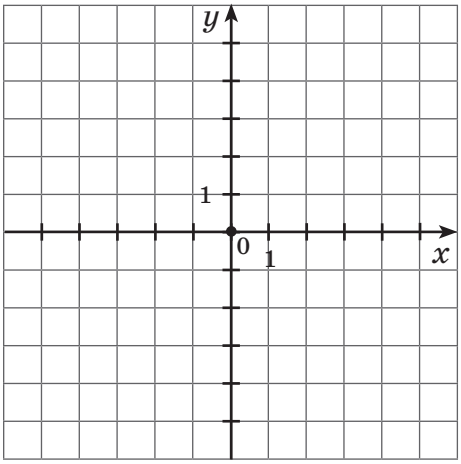
Дійсно, $y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) \text{ при } x \geqslant 0 \text{ (графік не змінюється);} \\ f(-x) \text{ при } x < 0 \text{ (симетрія відносно осі } Oy). \end{cases}$

Зразок графіка функції $y = (|x| - 2)^2$:



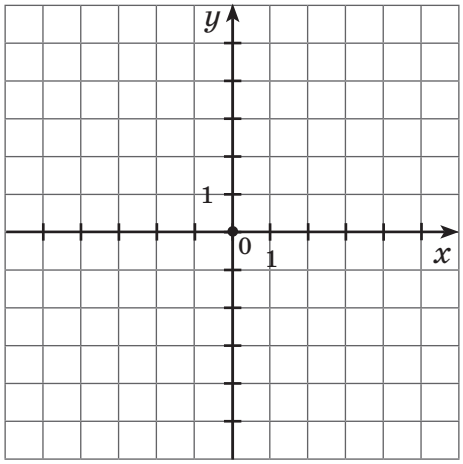
➢ Побудуй графік функції:

а) $y = |(x + 1)^2 - 2|$;



x	y

б) $y = (|x| - 3)^2$.

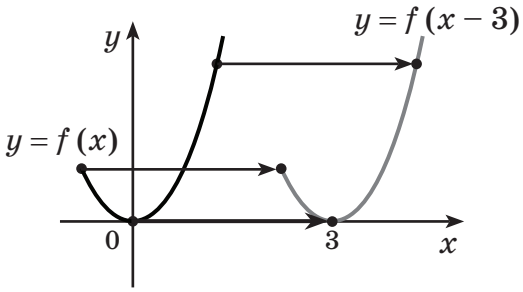


x	y

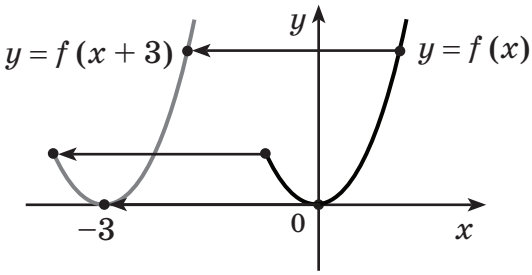
6. Мінілекція (продовження). Прочитай текст. Підкресли головне.

Графік функції $y = f(x - a)$

Графік функції $y = f(x - a)$ можна отримати паралельним перенесенням графіка функції $y = f(x)$ уздовж осі Ox на a одиниць.



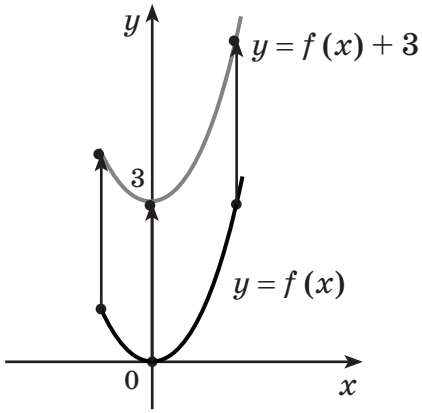
3 одиниці вправо



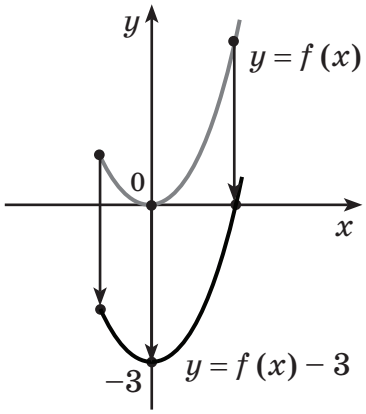
3 одиниці вліво

Графік функції $y = f(x) + b$

Графік функції $y = f(x) + b$ можна отримати паралельним перенесенням графіка функції $y = f(x)$ уздовж осі Oy на b одиниць.



3 одиниці вверх

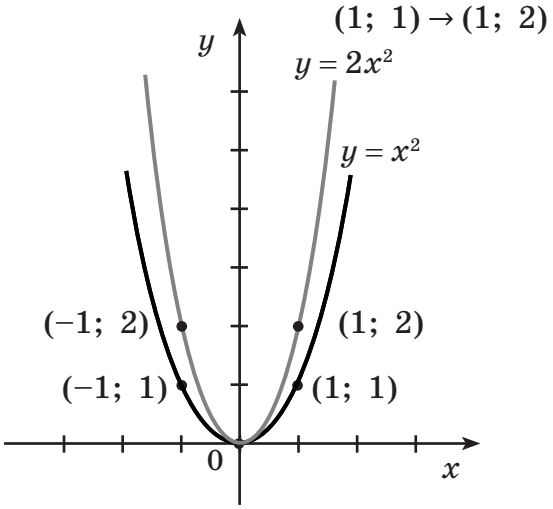


3 одиниці вниз

Графік функції $y = kf(x)$

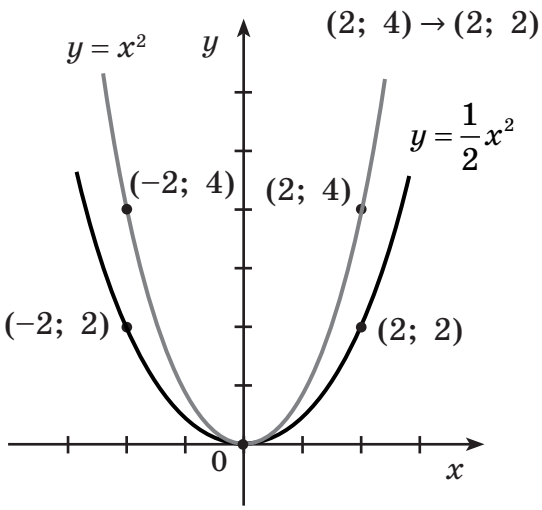
Графік функції $y = kf(x)$ $(k > 0)$ отримують з графіка функції $y = f(x)$ його розтягненням (при $k > 1$ розтягнення в k разів) або стисканням (при $0 < k < 1$ стискання в $\frac{1}{k}$ разів) уздовж осі Oy.

Розтягнення від осі Ox у 2 рази



На графіку кожна точка у 2 рази віддаляється від осі абсцис

Стискання до осі Ox у 2 рази



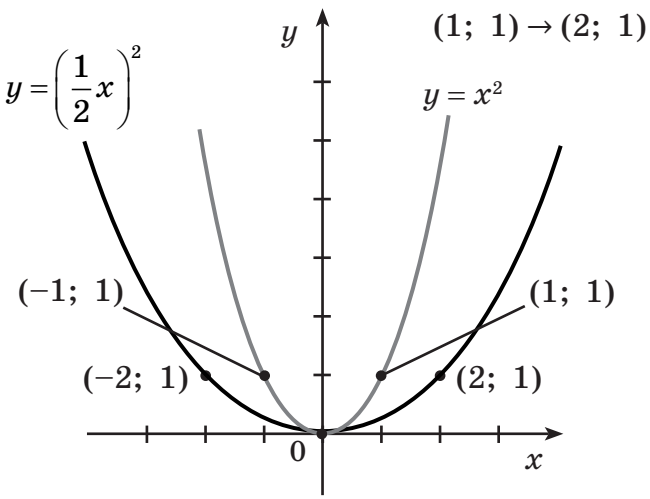
На графіку кожна точка у 2 рази наближається до осі абсцис

Графік функції $y = f(ax)$

Графік функції $y = f(ax)$ $(a > 0)$ отримують з графіка функції $y = f(x)$ його розтягненням (при $0 < a < 1$ розтягнення в $\frac{1}{a}$ разів) або стисканням (при $a > 1$ стискання в a разів) уздовж осі Ox.

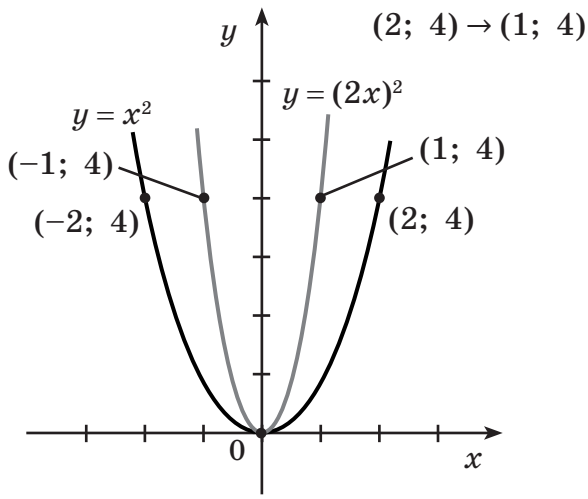
Назвемо перетворенням розтягнення вздовж осі Ox з коефіцієнтом a (де $a > 1$) таке перетворення фігури F, при якому кожна її точка $(x;\ y)$ переходить у точку $(ax;\ y)$.

Розтягнення від осі Oy у 2 рази



На графіку кожна точка у 2 рази віддаляється від осі ординат

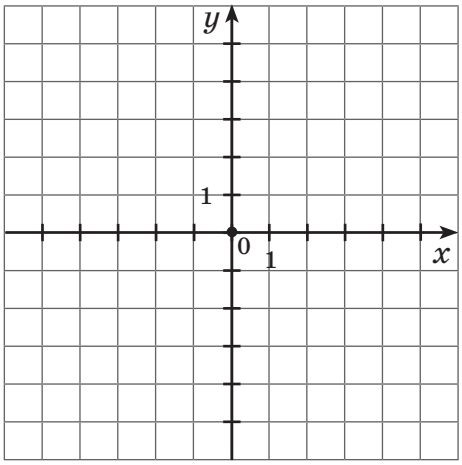
Стискання до осі Oy у 2 рази



На графіку кожна точка у 2 рази наближається до осі ординат

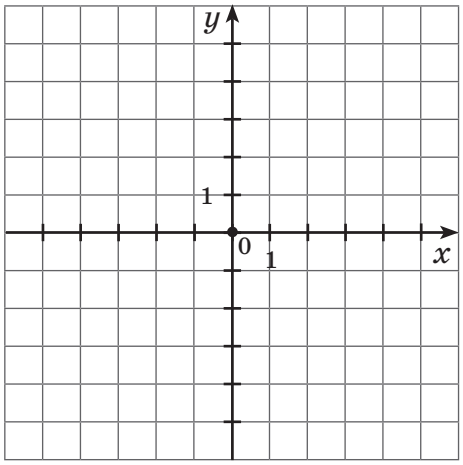
7. Побудуй графік функції.

а) $y = x^2 - 4$;



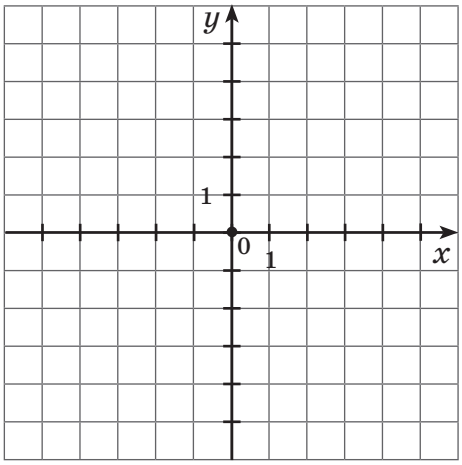
x	y

б) $y = x^2 + 4$;



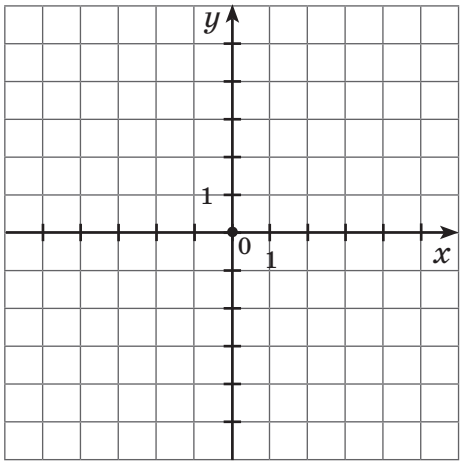
x	y

в) $y = (x - 4)^2$;



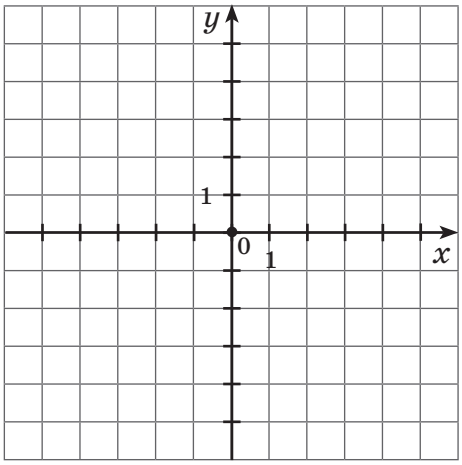
x	y

г) $y = (x + 4)^2$;



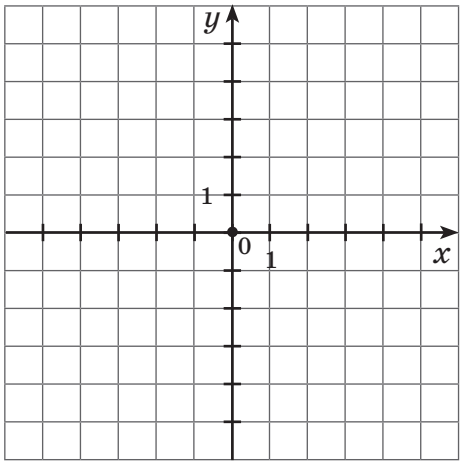
x	y

д) $y = (3x)^2$;



x	y

е) $y = \left(\frac{1}{3}x\right)^2$.



x	y

8. Підсумовуємо вивчене.

- Графік функції $y=-f(x)$ можна отримати з графіка функції $y=f(x)$ його симетричним відображенням відносно осі Ox.
- Графік функції $y=|f(x)|$ може бути побудований так: частина графіка функції $y=f(x)$, яка лежить вище від осі Ox (і на самій осі), залишається без змін, а та частина, яка лежить нижче від осі Ox, відображається симетрично відносно цієї осі.

  Дійсно, $y=|f(x)|=\begin{cases} f(x), \text{ якщо } f(x)\geqslant 0 \text{ (графік не змінюється);} \\ -f(x), \text{ якщо } f(x)<0 \text{ (симетрія відносно осі } Ox\text{).} \end{cases}$
- Графік функції $y=f(-x)$ можна отримати з графіка функції $y=f(x)$ його симетричним відображенням відносно осі Oy. Точки $M(x;f(x))$ і $T(-x;f(x))$ розміщено на координатній площині симетрично відносно осі Oy.
- Графік функції $y=f(|x|)$ будують так: частину графіка функції $y=f(x)$, яка лежить праворуч від осі Oy (і на самій осі), залишають без змін, і саме цю частину відображають симетрично відносно осі Oy.

  Дійсно, $y=f(|x|)=\begin{cases} f(x) \text{ при } x\geqslant 0 \text{ (графік не змінюється);} \\ f(-x) \text{ при } x<0 \text{ (симетрія відносно осі } Oy\text{).} \end{cases}$
- Графік функції $y=f(x-a)$ можна отримати паралельним перенесенням графіка функції $y=f(x)$ уздовж осі Ox на a одиниць.
- Графік функції $y=f(x)+b$ можна отримати паралельним перенесенням графіка функції $y=f(x)$ уздовж осі Oy на b одиниць.
- Графік функції $y=kf(x)$ $(k>0)$ отримують з графіка функції $y=f(x)$ його розтягненням (при $k>1$ розтягнення в k разів) або стисканням (при $0<k<1$ стискання в $\frac{1}{k}$ разів) уздовж осі Oy.
- Графік функції $y=f(ax)$ $(a>0)$ отримують з графіка функції $y=f(x)$ його розтягненням (при $0<a<1$ розтягнення в a разів) або стисканням (при $a>1$ стискання в $\frac{1}{a}$ разів) уздовж осі Ox.

УРОК 9 ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Переглянь презентацію та повтори навчальні одиниці, вивчені за картами знань 1А, 5А.

II. Виконай у робочому зошиті.

Побудуй графік функції.

а) $y=(x-3)^2$; б) $y=(x+3)^2$;

в) $y=x^2-3$; г) $y=x^2+3$;

д) $y=\sqrt{x-3}$; е) $y=\frac{1}{x-3}$.

ПОБУДОВА ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ ЗА ДОПОМОГОЮ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ ВІДОМИХ ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ

1. Перевірка домашнього завдання.
2. Переглянь презентацію. Сформулюй запитання щодо отриманої інформації.
3. Повтори за поданою схемою види перетворень графіків функцій.

Перетворення графіків функції

- Паралельне перенесення
- Розтягнення/стискання
- Дзеркальне відображення (симетрія)
- Відображення за допомогою модуля

4. Визнач, за допомогою яких перетворень з основної функції $f(x)$ отримано подані функції.

1) $f(x)=x$;	2) $f(x)=x^2$;	3) $f(x)=\sqrt{x}$;	4) $f(x)=\frac{1}{x}$.
А $f(x)=3x$;	**А** $f(x)=x^2+3$;	**А** $f(x)=2\sqrt{x}$;	**А** $f(x)=\frac{2}{x}$;
Б $f(x)=-2x$;	**Б** $f(x)=(x-3)^2$;	**Б** $f(x)=\sqrt{2x}$;	**Б** $f(x)=\frac{1}{2x}$;
В $f(x)=\frac{1}{2}x+1$;	**В** $f(x)=2(x-1)^2+3$;	**В** $f(x)=2\sqrt{x-1}+1$;	**В** $f(x)=\frac{1}{x}+1$.

5. Запиши функцію, яку отримаємо з основної функції $f(x)$ у результаті зазначених перетворень.

а) Паралельне перенесення: вліво; вправо; вгору; вниз;

_____

_____

б) симетрія: відносно осі Ox; відносно осі Oy;

_____

в) розтягнення: від осі Ox; від осі Oy;

_____

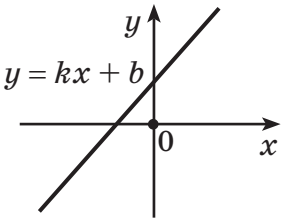
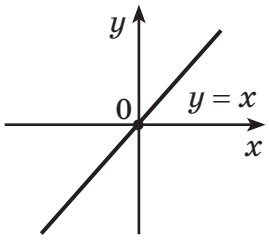
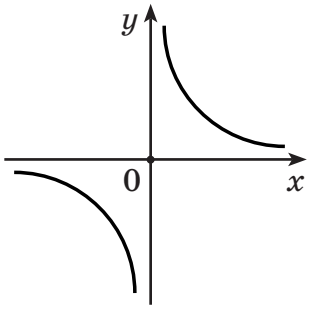
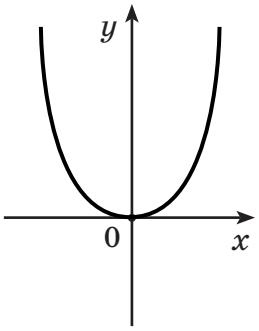
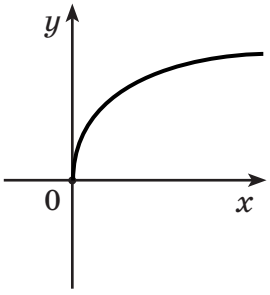
г) стискання: до осі Ox; до осі Oy;

_____

➢ Запиши подані перетворення для функцій:

1) $f(x)=x^2$; 2) $f(x)=|x|$; 3) $f(x)=\sqrt{x}$; 4) $f(x)=\frac{1}{x}$.

6. Повтори інформацію. Відтвори з пам'яті.

Лінійна функція	Обернена пропорційність	Квадратична функція	Квадратний корінь
$y = kx + b$  $D = R,\ E = R$ $y = x$ 	$y = \frac{1}{x}$  $D = (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$ $E = (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$	$y = x^2$  $D = R,$ $E = [0;\ +\infty)$	$y = \sqrt{x}$  $D = [0;\ +\infty)$ $E = [0;\ +\infty)$

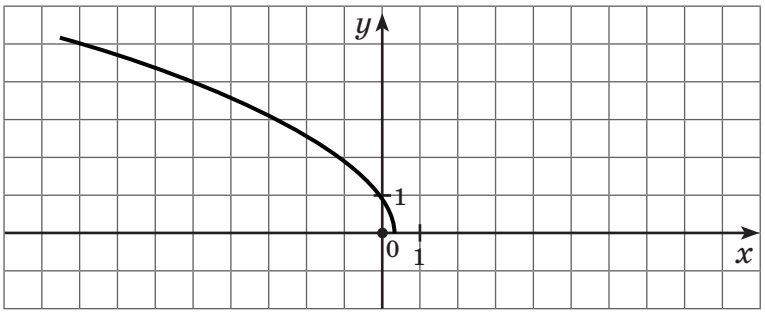
7. Побудуй графік функції.

Зразок 1. $y = \sqrt{1 - 3x}$.

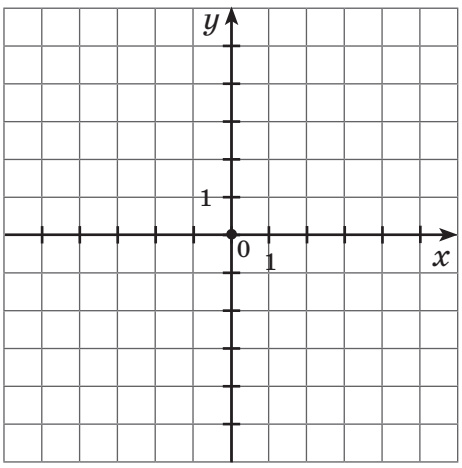
Розв'язання

Побудову шуканого графіка можна подати у вигляді схеми:

$$y = \sqrt{x} \xrightarrow[\text{на 1 од.}]{\text{перенесення вліво}} y = \sqrt{x+1} \xrightarrow[\text{осі ординат}]{\text{стискання в 3 рази до}} y = \sqrt{3x+1} \xrightarrow[\text{осі ординат}]{\text{симетрія відносно}} y = \sqrt{-3x+1}$$

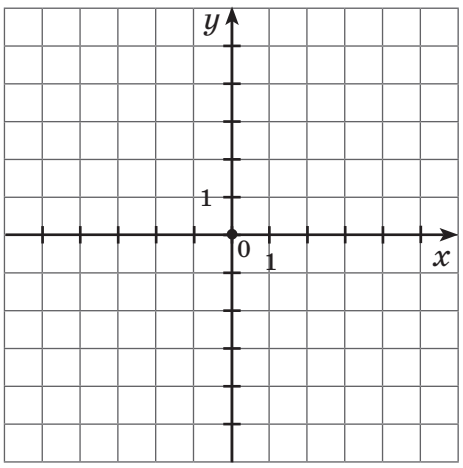


а) $y = \sqrt{x} - 1$;



x	y

б) $y = \sqrt{x+3} - 2$.



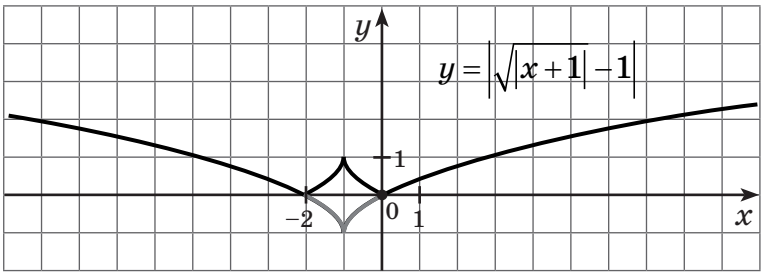
x	y

Зразок 2. Побудуй графік функції $y=\left|\sqrt{|x+1|}-1\right|$.

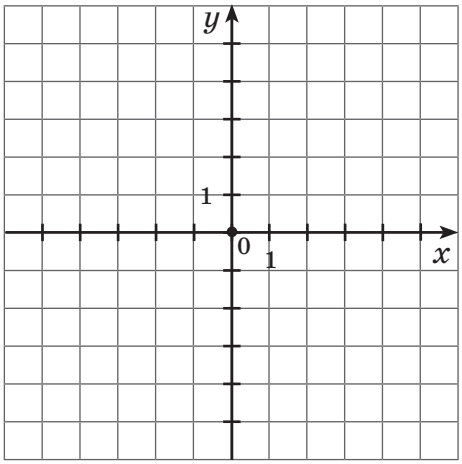
Розв'язання

Побудову шуканого графіка можна подати у вигляді схеми:

$$y=\sqrt{|x|} \xrightarrow{\text{симетрія відносно осі } Oy} y=\sqrt{|x+1|} \xrightarrow{\text{перенесення вліво на 1 од. вниз на 1 од.}} y=\sqrt{|x+1|}-1 \xrightarrow{\text{симетрія відносно осі } Ox} y=\left|\sqrt{|x+1|}-1\right|$$

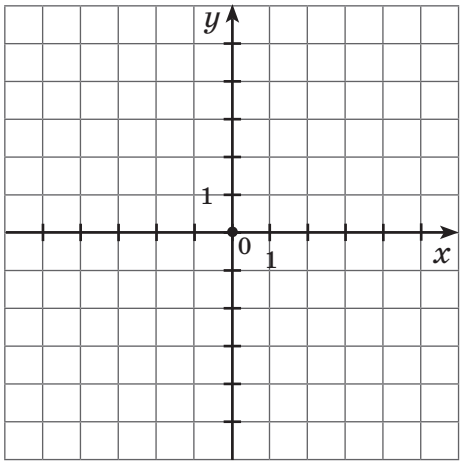


а) $y=\left|x^2-1\right|$;



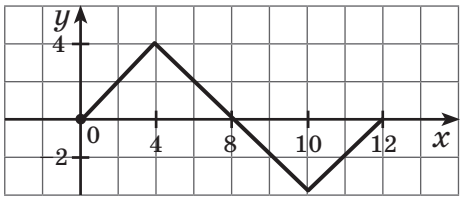
x	y

б) $y=\left|\sqrt{x}-1\right|$.

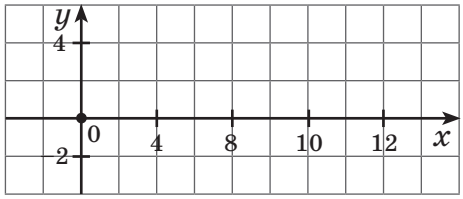


x	y

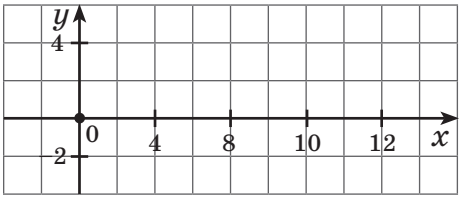
8. **Функція $y=f(x)$ задана на проміжку $[0;12]$ і має графік, зображений на рисунку. Побудуй графіки функцій.**



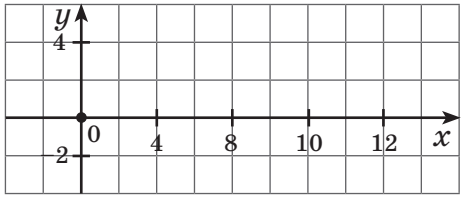
1) $y=-f(x)$;



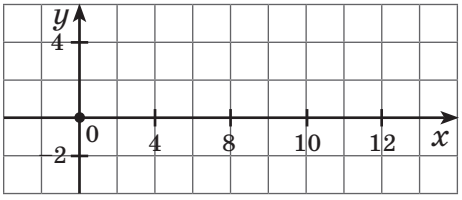
2) $y=f(-x)$;



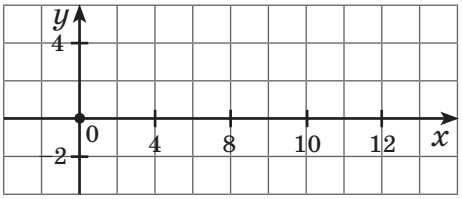
3) $y=|f(x)|$;



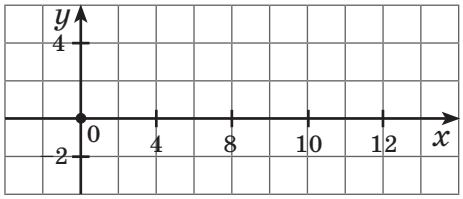
4) $y=f(|x|)$;



5)* $y = 2f(x)$;



6)* $y = f(2x)$.



9. Виконай **самостійну роботу 2**.

10. Підсумовуємо вивчене.

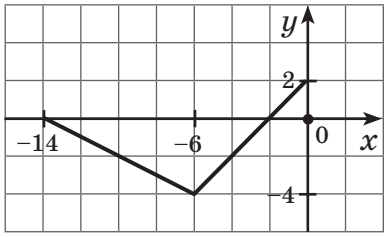
➢ До елементарних перетворень графіків функцій відносять паралельне перенесення, розтягнення та стискання, дзеркальне відображення (симетрія), відображення за допомогою модуля.

УРОК 10 ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Переглянь презентацію та повтори навчальні одиниці, вивчені за картами знань 1А, 2А.

II. Виконай у робочому зошиті.

1. Функція $y = f(x)$ задана на проміжку $[-14; 0]$ і має графік, зображений на рисунку. Побудуй графіки функцій.



1) $y = -f(x)$;

2) $y = f(-x)$;

3) $y = |f(x)|$;

4) $y = f(|x|)$;

5)* $y = 2f(x)$;

6)* $y = f(2x)$.

2. Побудуй графік функції.

а) $y = 5$;

б) $y = \sqrt{x-1}$;

в) $y = \sqrt{x+2} - 3$;

г) $y = |x^2 + 1|$;

д) $y = |\sqrt{x} - 2|$;

е) $y = |x^2 - 3x + 2|$.

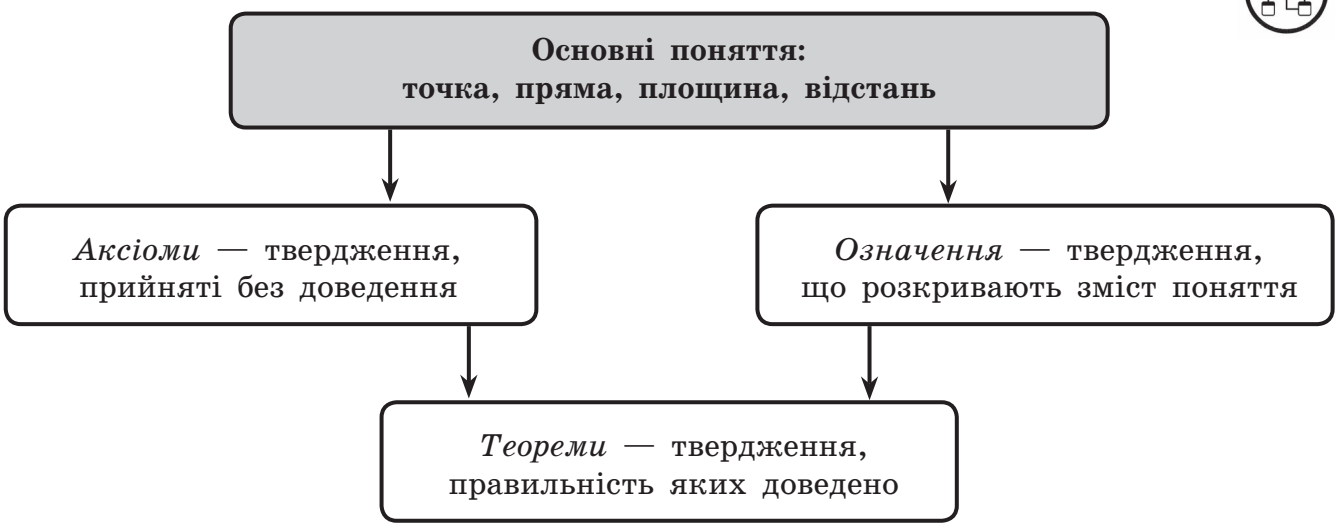
ПОВТОРЕННЯ ОПОРНИХ ФАКТІВ КУРСУ ПЛАНІМЕТРІЇ

У величезному саду геометрії
кожен може підібрати букет на свій смак.
Давид Гільберт

1. Прочитай епіграф. Поясни, як ти розумієш вислів німецького математика Давида Гільберта.

2. Переглянь презентацію. Дай відповіді на запитання.
   — Які розділи геометрії вивчають у шкільному курсі?
   — Який із розділів ви вивчали в 7–9 класах?
   — Який розділ ви вивчатимете в 10–11 класах?
   — Які основні цілі вивчення курсу геометрії?

3. Розглянь подану схему. Визнач логічну будову геометрії.

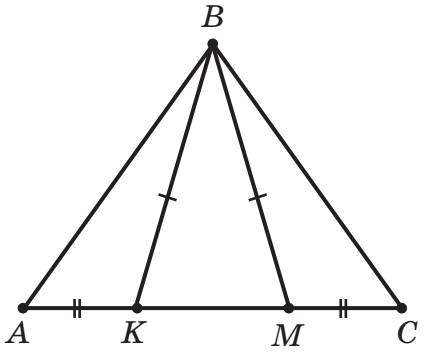


4. Назви основні геометричні фігури на площині: _____
_____
_____

5. Усно визнач правильність поданих тверджень, поясни їх.
   — Через точку площини можна провести не менше ніж 10 000 прямих. (Так / Ні)
   — Сполучивши попарно три подані точки на площині, завжди можна провести три прямі. (Так / Ні)
   — Через дві різні точки завжди можна провести півпряму, і до того ж тільки одну. (Так / Ні)
   — Для будь-якого кута завжди можна побудувати тільки один вертикальний кут і тільки один суміжний кут. (Так / Ні)

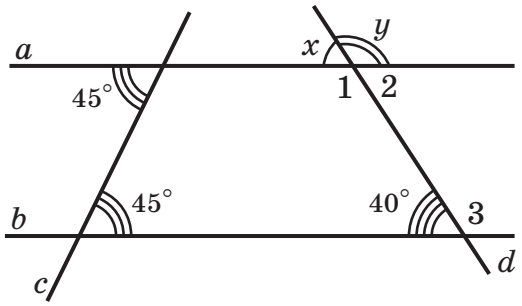
6. **Розв'яжи задачі за поданими рисунками.**

а) Доведи, що трикутник ABC рівнобедрений.



$BK = BM$
$AK = MC$

б) Знайди кути x та y.



7. **За допомогою карт знань 1Г, 2Г, 7Г, 8Г та поданого плану повтори опорні факти планіметрії.**

План

1. Види трикутників. Властивості рівнобедреного, рівностороннього, прямокутного трикутників.
   Медіана, бісектриса, висота трикутника.
2. Вписані та описані трикутники. Центри кіл вписаного та описаного трикутників.
3. Ознаки рівності та подібності трикутників.
4. Теореми синусів, косинусів та наслідки з них.
5. Теорема Піфагора. Метричні співвідношення в прямокутному трикутнику.

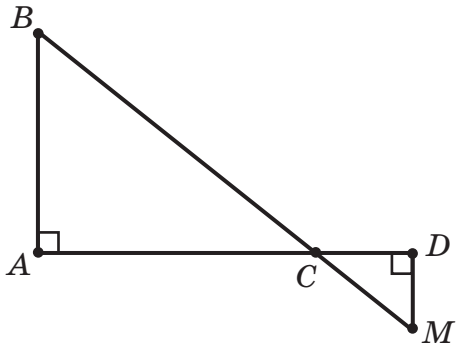
8. Розв'яжи задачі.

а) Один із катетів прямокутного трикутника дорівнює 6 см, а медіана, проведена до нього, — 5 см. Знайди гіпотенузу трикутника.

б) Відрізок AM — бісектриса трикутника ABC, $AM = m$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle BAC = \gamma$. Знайди довжину BM.

в) Пряма, що паралельна стороні MK трикутника MNK, перетинає його сторону MN у точці P, а сторону NK — у точці D, $ND = 2$ см, $MK = 12$ см, $PD = DK$. Знайди NK.

г) Відрізки AB та DM паралельні, $\angle MDC = 90^\circ$, $CM = 10$ см, $DM = 8$ см, $AB = 24$ см. Знайди AD.



д) Дві сторони трикутника дорівнюють 15 см і 25 см відповідно, а медіана, проведена до третьої сторони, — 16 см. Знайди довжину невідомої сторони трикутника.

е) Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 4 см. Знайди периметр трикутника, якщо медіана, проведена до бічної сторони, дорівнює 3 см.

9. **Продовж речення, дописавши пропущене.**

— У будь-якого трикутника проти більшої сторони _____

— Бісектриса трикутника — це _____

— Вертикальні кути _____

— Якщо в трикутнику _____, то він рівнобедрений.

— У прямокутному трикутнику катет _____ від гіпотенузи.

— Через будь-які дві точки можна _____

_____

— Суміжні кути _____

— Висота трикутника — це _____

_____

— Кожна сторона трикутника _____ від _____

_____

— У рівнобедреному трикутнику висота, проведена до основи, _____

_____

— У паралелограмі діагоналі _____

_____

— Сума кутів трикутника _____,
сума кутів чотирикутника _____

10. **Підсумовуємо вивчене.**

- Основні поняття: *точка, пряма, площина, відстань.*
- *Аксіоми* — твердження, прийняті без доведення.
- *Означення* — твердження, що розкривають зміст поняття.
- *Теореми* — твердження, правильність яких доведено.
- *Основні геометричні фігури на площині* — точка і пряма.

УРОК 1

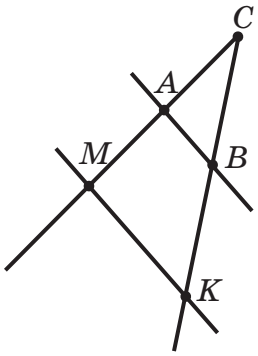
ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Переглянь презентацію та повтори навчальні одиниці за картами знань 1Г, 2Г, 7Г, 8Г.

II. Перевір себе. Виконай тестові завдання.

1. Паралельні прямі AB та MK перетинають сторони кута C. $CB = 8$ см, $BK = 6$ см, $AM = 12$ см. Знайди AC.

   А 4 см;
   Б 8 см;
   В 16 см;
   Г 12 см.



2. Укажи хибне твердження.

   А Вертикальні кути рівні.
   Б Якщо кути рівні, то вони вертикальні.
   В Сторони вертикальних кутів утворюють дві пари доповняльних променів.
   Г Вертикальні кути мають спільну вершину.

3. Гіпотенуза дорівнює 27 см, а проєкція катета на гіпотенузу — 3 см. Знайди цей катет.

   А 6 см;
   Б 18 см;
   В 9 см;
   Г 81 см.

4. Сторони трикутника дорівнюють 3 см, 5 см, 7 см. Чому можуть дорівнювати сторони подібного трикутника?

   А 6 см, 10 см, 15 см;
   Б 6 см, 8 см, 14 см;
   В 12 см, 20 см, 28 см;
   Г 9 см, 15 см, 20 см.

III. Виконай у робочому зошиті.

1. З вершини тупого кута B паралелограма $ABCD$ опущено перпендикуляр BO на сторону AD. Коло із центром у точці A проходить через вершину B та перетинає сторону AD у точці K. Відомо, що $AK = 6$ см, $KD = 4$ см, $AO = 5$ см. (ЗНО–2015)

   Визнач периметр паралелограма $ABCD$ (у см).
   Обчисли довжину діагоналі BD (у см).

2. Діагональ рівнобічної трапеції є бісектрисою її гострого кута та ділить середню лінію трапеції на відрізки довжиною 10 см і 22 см. Обчисли площу трапеції (у см^2). (ЗНО–2014)

ПОВТОРЕННЯ ОПОРНИХ ФАКТІВ КУРСУ ПЛАНІМЕТРІЇ

1. Перевірка домашнього завдання.
2. Переглянь презентацію. Сформулюй запитання щодо отриманої інформації. Запропонуй однокласникам дати на нього відповідь.
3. За допомогою **карт знань 3Г, 4Г, 5Г, 6Г** та поданого плану повтори опорні факти планіметрії.

План

1. Чотирикутники. Вписані та описані чотирикутники.
2. Паралелограми (ромб, прямокутник, квадрат).
3. Трапеція. Середня лінія трапеції. Види трапецій.
4. Коло та його елементи.

4. Виконай завдання усно.

а) Діагоналі ромба дорівнюють 30 см та 40 см. Обчисли його периметр.
Відповідь: _____

б) У колі, радіус якого становить 5 см, проведено хорду довжиною 8 см. Знайди відстань від середини хорди до центра кола.
Відповідь: _____

в) Периметр трапеції, описаної навколо кола, дорівнює 56 см. Чому дорівнює середня лінія трапеції?
Відповідь: _____

г) Діагоналі ромба дорівнюють 12 см і $12\sqrt{3}$ см. Обчисли гострий кут ромба.
Відповідь: _____

д) Радіус кола, вписаного у квадрат, дорівнює 2 см. Знайди радіус кола, описаного навколо квадрата.
Відповідь: _____

5. Продовж речення, дописавши пропущене.

— У ромбі діагоналі _____
_____

— Діагоналі прямокутника _____

— Середня лінія трапеції дорівнює _____
_____

— У чотирикутник можна вписати коло, якщо _____
_____

— Навколо чотирикутника можна описати коло, якщо _____
_____

— Через дві точки можна провести _____

— Якою б не була пряма, існують _____
_____

— Із трьох точок на прямій _____

_____

— Медіана трикутника — це _____

_____

— Відстань від точки до прямої — це _____

_____

— Якщо в чотирикутнику _____

_____, то він є паралелограмом.

— Сума кутів трикутника _____,
сума кутів чотирикутника _____

6. Розв'яжи задачі.

а) Основи рівнобічної трапеції дорівнюють 50 см і 14 см, а діагональ перпендикулярна до бічної сторони. Знайди площу трапеції.

б) Одна зі сторін паралелограма дорівнює 12 см, більша діагональ дорівнює 28 см. Знайди периметр паралелограма, якщо його гострий кут становить 60°.

в) Основи прямокутної трапеції дорівнюють 9 см та 17 см. Діагональ трапеції є бісектрисою її тупого кута. Обчисли площу трапеції.

7. Підсумовуємо вивчене.

УРОК 2 ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Переглянь презентацію та повтори навчальні одиниці за картами знань 3Г, 4Г, 5Г, 6Г.

II. Виконай у робочому зошиті.

а) Сторони паралелограма відносяться як 5 : 3. Знайди периметр паралелограма, якщо різниця його сторін дорівнює 12 см.

б) На діагоналі AC ромба $ABCD$ відкладено рівні відрізки AM та CP. Доведи, що $DMBP$ — ромб.

ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА АКСІОМИ СТЕРЕОМЕТРІЇ. НАСЛІДКИ З АКСІОМ. ПРОСТОРОВІ ГЕОМЕТРИЧНІ ФІГУРИ. ЗОБРАЖЕННЯ ПЛОСКИХ ТА ПРОСТОРОВИХ ФІГУР У СТЕРЕОМЕТРІЇ (УРОК-ТЕОРІЯ)

Урок 3

План лекції

- Основні поняття та аксіоми стереометрії.
- Наслідки з аксіом.
- Просторові геометричні фігури.
- Зображення плоских та просторових фігур.

1. Перевірка домашнього завдання.

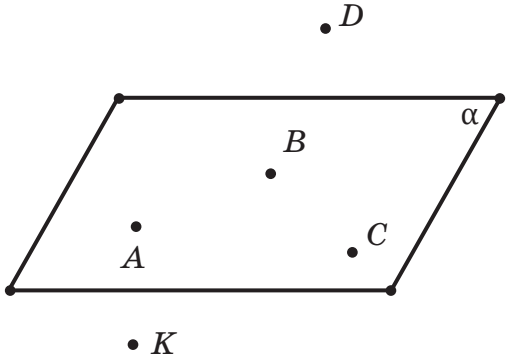
2. Переглянь презентацію. Дай відповіді на запитання.
   — Що вивчає стереометрія?
   — Які основні геометричні фігури в просторі ти знаєш?
   — Які відношення вважають основними в стереометрії?

3. Заповни схему.

4. Прочитай текст. Підкресли головне.

Введення нової основної геометричної фігури — площини — потребує розширення системи аксіом. Група аксіом стереометрії складається із чотирьох аксіом: C_1, C_2, C_3, C_4.

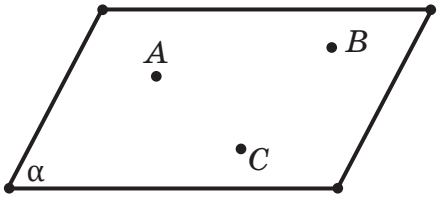
Аксіома C_1 (аксіома належності точок площині)



$A \in \alpha$
$B \in \alpha$
$C \in \alpha$
$D \notin \alpha$
$K \notin \alpha$

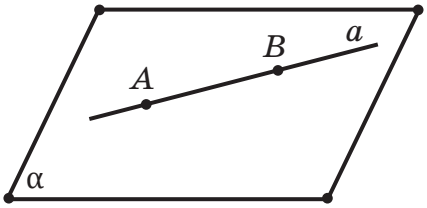
Якою б не була площина, існують точки, що належать цій площині, і точки, що не належать їй.

Аксіома C_2 (аксіома існування та єдиності площини)



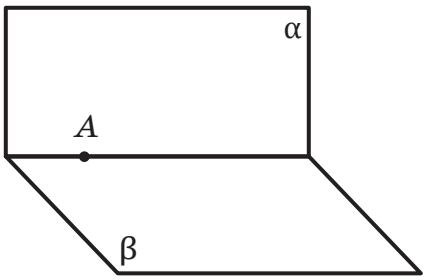
Через будь-які три точки, що не лежать на одній прямій, можна провести площину, і до того ж тільки одну.

Аксіома C_3 (аксіома належності прямої площині)



Якщо дві точки прямої належать площині, то вся пряма належить цій площині (кожна точка цієї прямої лежить у поданій площині).

Аксіома C_4 (аксіома про перетин двох площин)

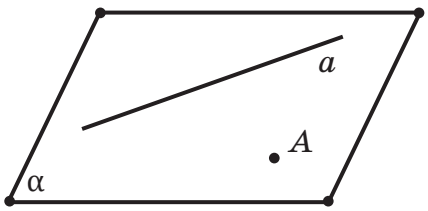


Якщо дві площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, яка проходить через цю точку.

З наведених аксіом випливають такі наслідки.

Наслідок 1 (теорема 1). Через пряму та точку, що не лежить на ній, можна провести площину, і до того ж тільки одну.

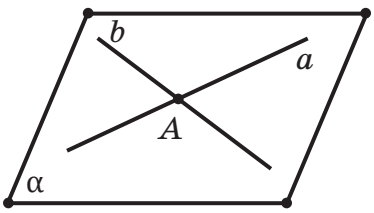
Доведення



На прямій a обираємо будь-які дві точки B та C. Маємо три точки A, B та C, які не лежать на одній прямій. За аксіомою C_2 через ці точки можна провести площину, і до того ж тільки одну. Дві точки прямої a — B та C — належать площині, тому за аксіомою C_3 вся пряма належить площині, що й потрібно було довести.

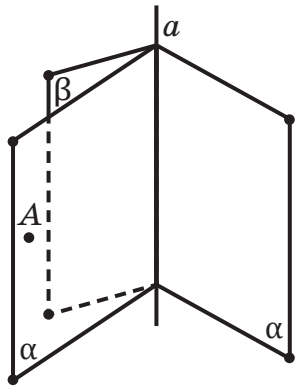
Наслідок 2 (теорема 2). Через дві прямі, що перетинаються, можна провести площину, і до того ж тільки одну.

Доведення



Нехай прямі a і b перетинаються в точці A. На прямій a обираємо будь-яку точку B, на прямій b обираємо будь-яку точку C. Точки A, B та C не лежать на одній прямій, тому за аксіомою C_2 через ці точки можна провести площину, і до того ж тільки одну. За аксіомою C_3 кожна з поданих прямих лежить у цій площині.

Наслідок 3 (теорема 3). Через будь-яку пряму в просторі можна провести безліч площин.



Доведення

Якою б не була пряма a, існують точки, що їй належать, і точки, що їй не належать. Обираємо будь-яку точку A, що не належить прямій a. Через пряму a та точку A можна провести площину α (теорема 1), далі обираємо точку B, що не належить площині α. Через точку B та пряму a проводимо площину β, відмінну від площини α і т. д. Отже, таких площин безліч.

5. **Підсумовуємо вивчене. Допиши речення.**

Площину можна задати:

1) трьома точками _____

2) прямою і точкою, яка _____

3) двома прямими, що _____

6. **Переглянь презентацію.**

7. **Зобрази просторові фігури: трикутну піраміду, чотирикутну призму, конус, циліндр, кулю.**

➢ **У призмі та піраміді назви бічні грані та основи, вершини та ребра.**

8. **Виконай завдання.**

1) Знайди кількість ребер та граней, якщо:

— піраміда має 9 вершин: _____

— піраміда має 5 вершин: _____

— призма має 10 вершин _____

— призма має 6 вершин: _____

• Визнач, чи може призма мати 5 вершин, 17 вершин. _____

_____

• Якою може бути кількість вершин піраміди? _____

— призми?_____

2) Знайди кількість вершин та граней, якщо:

— піраміда має 8 ребер: _____

— піраміда має 10 ребер: _____

— призма має 12 ребер: _____

— призма має 9 ребер: _____

• Визнач, чи може піраміда мати 7 ребер: _____

— призма мати 10 ребер: _____

• Якою може бути кількість ребер піраміди? _____

— призми? _____

3) Знайди кількість вершин та ребер, якщо:

— піраміда має 7 граней: _____

— піраміда має 6 граней: _____

— призма має 12 граней: _____

— призма має 7 граней: _____

• Визнач, якою може бути кількість граней піраміди: _____

— призми: _____

9. Прочитай текст.

У будь-якого многогранника (опуклого) кількість його вершин (В), кількість граней (Г) та кількість ребер (Р) пов'язані між собою такою залежністю: $В + Г - Р = 2$.

Уперше цю залежність відкрив французький математик Р. Декарт, а згодом заново відкрив та довів німецький математик Л. Ейлер.

10. Підсумовуємо вивчене. Дай відповіді на запитання.

— Що вивчає стереометрія?
— Які фігури та відношення вважають основними?
— Назви аксіоми стереометрії.
— Назви наслідки з аксіом.
— Які геометричні фігури задають єдину площину?
— Які просторові геометричні фігури ти знаєш?

УРОК 3 ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Переглянь презентацію та повтори навчальні одиниці, вивчені на уроці.

II. Виконай у робочому зошиті.

1. Які з поданих фігур є основними в стереометрії? Познач їх.

Площина, точка, циліндр, відрізок, промінь, пряма, кут, призма, трикутник, куля.

2. Накресли площину α. Познач точки A та B, що лежать на площині, та точки K, P, C, що не лежать на ній.

3. Чи можуть пряма та площина мати тільки одну спільну точку? Тільки дві спільні точки? Не мати спільних точок?

4. Зобрази площини α та β, що перетинаються. Познач точки A, B, що лежать тільки на площині α. Познач точки C та D, що лежать тільки на площині β; точки M та K, що належать обом площинам α та β.

АКСІОМИ СТЕРЕОМЕТРІЇ, ЇХ НАСЛІДКИ

1. Перевірка домашнього завдання.

2. Пригадай основні фігури у просторі, їх зображення та позначення. Накресли їх.

Основні геометричні фігури у просторі: точка, пряма, площина		
Точка	Пряма	Площина

Перевір себе на с. 102.

3. Переглянь презентацію. Визнач головне.

4. Запам'ятай інформацію в рамочці. Відтвори з пам'яті.

Аксіоми стереометрії

Аксіома C_1. **Якою б не була площина, існують точки, що належать цій площині, і точки, що не належать їй.**

Аксіома C_2. **Через будь-які три точки, що не лежать на одній прямій, можна провести площину, і до того ж тільки одну.**

Аксіома C_3. **Якщо дві точки прямої належать площині, то вся пряма належить цій площині.**

Аксіома C_4. **Якщо дві площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, яка проходить через цю точку.**

5. Дай відповіді на запитання. Поясни їх.

а) Чи завжди можна провести площину через три довільні точки простору?

б) Чи завжди можна провести площину через дві довільні точки?

в) Чи завжди можна провести площину через чотири довільні точки?

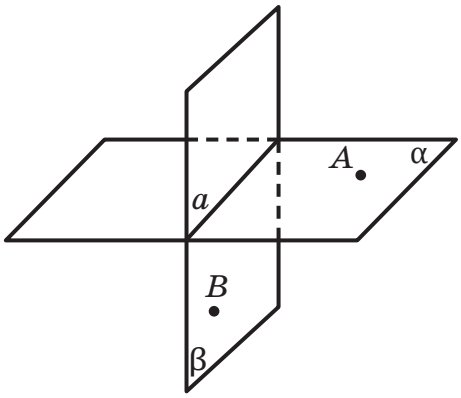
г) Чи лежать в одній площині всі прямі, які перетинають сторони поданого кута *BAC*?

д) Яка з указаних фігур не є основною геометричною фігурою стереометрії?

А Точка;
Б відрізок;
В пряма;
Г площина.

6. Розглянь зразок розв'язування задачі.

Задача. Доведи, що через пряму можна провести дві різні площини.

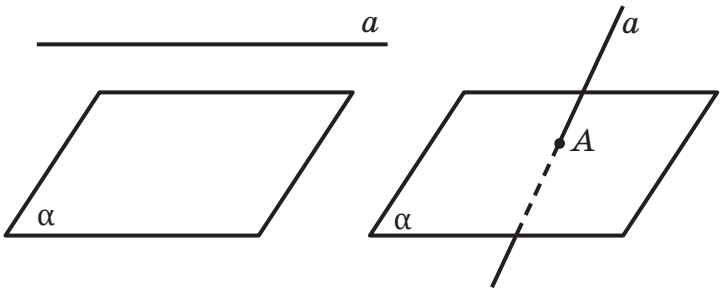


Розв'язання

Нехай a — подана пряма. Якою б не була пряма, існують точки, що їй належать, та точки, що їй не належать. Обираємо точку A, що не лежить на прямій a, тоді через точку A та пряму a можна провести площину α. За аксіомою C_1 існує точка B, яка не лежить у площині α. Проведемо через пряму a та точку B площину β. Площини α та β різні, оскільки точка B не лежить у площині α.

➢ Поясни наслідок з аксіоми C_3.

Площина і пряма, яка не лежить на ній, або не перетинаються, або перетинаються в одній точці.



7. Розв'яжи задачі.

а) Дано дві різні прямі, які перетинаються в точці A. Доведи, що всі прямі, які перетинають обидві подані прямі й не проходять через точку A, лежать в одній площині.

б) Точки A, B, C, D не лежать в одній площині. Доведи, що прямі AB та CD не перетинаються.

в) Точки A, B, C лежать у кожній з двох різних площин. Доведи, що ці точки лежать на одній прямій.

г) Чотири точки не лежать в одній площині. Чи можуть будь-які три з них лежати на одній прямій?

8. Допиши речення.

Площину можна задати:

1) трьома точками _____

2) прямою і точкою, яка _____

3) двома прямими, що _____

➢ **Зроби рисунки до кожного твердження.**

ГЕОМЕТРИЧНИЙ БАТЛ

Виконай тестові завдання за 5 хв.

1) Скільки площин можна провести через три точки?

А Жодної;
Б одну;
В безліч;
Г одну або безліч.

2) Скільки площин можна провести через пряму й точку?

А Жодної; **Б** одну;
В безліч; **Г** одну або безліч.

3) У якому випадку можна провести більше ніж одну площину?

А Через пряму й точку поза нею;
Б через дві прямі, що мають спільну точку;
В через пряму й точку на ній;
Г через три точки, що не лежать на одній прямій.

4) Продовж речення.

Через будь-які дві точки простору можна провести...
А площину, і тільки одну;
Б безліч прямих;
В пряму, і тільки одну;
Г жодної прямої.

5) Продовж речення.

Пряма обов'язково належить площині, якщо...
А вона має з площиною хоча б одну спільну точку;
Б жодна точка прямої не належить площині;
В вона перетинає площину;
Г дві точки прямої належать площині.

6) Чи завжди можна провести тільки одну площину через задану пряму й задану точку?

А Так;
Б ні;
В інший варіант відповіді: _____.

9. Підсумовуємо вивчене.

Аксіоми стереометрії

- *Аксіома* C_1. Якою б не була площина, існують точки, що належать цій площині, і точки, що не належать їй.
- *Аксіома* C_2. Через будь-які три точки, що не лежать на одній прямій, можна провести площину, і до того ж тільки одну.
- *Аксіома* C_3. Якщо дві точки прямої належать площині, то вся пряма належить цій площині.
- *Аксіома* C_4. Якщо дві площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, яка проходить через цю точку.
- Площина і пряма, яка не лежить на ній, або не перетинаються, або перетинаються в одній точці.

УРОК 4

ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Переглянь презентацію та повтори навчальні одиниці, вивчені на уроці.

II. Перевір себе. Виконай тестові завдання.

1. Чотири точки не лежать в одній площині. Чи можуть які-небудь три з них належати одній прямій?

   А Так;
   Б ні;
   В інший варіант відповіді: _____.

2. Чи правильно стверджувати, що якщо одна пряма перетинає кожну з двох прямих, які перетинаються, то всі ці прямі обов'язково лежать в одній площині?

   А Так;
   Б ні;
   В інший варіант відповіді: _____.

3. Чи правильно стверджувати, що три прямі, які проходять через одну точку, можуть не лежати в одній площині?

   А Так;
   Б ні;
   В інший варіант відповіді: _____.

III. Виконай у робочому зошиті.

Виконай завдання.

а) Площини α і β перетинаються по прямій a. Пряма b лежить на площині α. Прямі a та b перетинаються в точці B. Чи лежить точка B на площині β? Поясни відповідь.

б) Точки M, N, K, P розташовано в просторі так, що продовження сторін MN і KP чотирикутника $MNKP$ перетинаються. Доведи, що подані точки лежать в одній площині.

Урок 5

НАЙПРОСТІШІ ЗАДАЧІ НА ПОБУДОВУ ПЕРЕРІЗІВ МНОГОГРАННИКІВ (КУБА, ПРЯМОКУТНОГО ПАРАЛЕЛЕПІПЕДА, ПІРАМІДИ)

1. Перевірка домашнього завдання.

2. Допиши інформацію в рамочці. Відтвори з пам'яті.

Основні геометричні фігури у просторі: _____

_____

Аксіоми стереометрії

Аксіома C_1. **Якою б не була площина, існують точки, що належать цій площині, і** _____

Аксіома C_2. **Через будь-які три точки, що не лежать на одній прямій, можна провести** _____

Аксіома C_3. **Якщо _____ точки прямої належать площині, то вся пряма належить цій площині.**

Аксіома C_4. **Якщо дві площини мають спільну точку, то вони** _____

_____

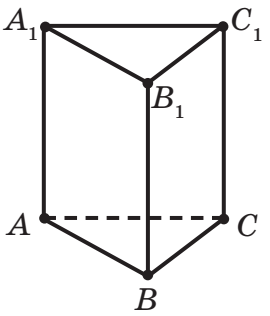
3. Заповни схему.

Площину можна задати:

4. Переглянь презентацію. Визнач головне.

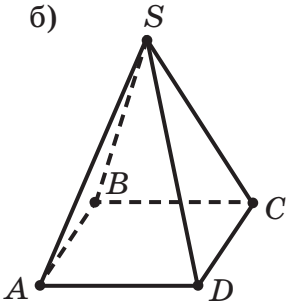
5. Розглянь рисунки призми та піраміди, підпиши геометричні фігури.

а)



_____

б)



_____

Назви основи фігур:

а) _____

б) _____

Назви бічні ребра фігур:

а) _____

б) _____

Назви бічні грані фігур:

а) _____

б) _____

6. Запам'ятай інформацію в рамочці. Відтвори з пам'яті.

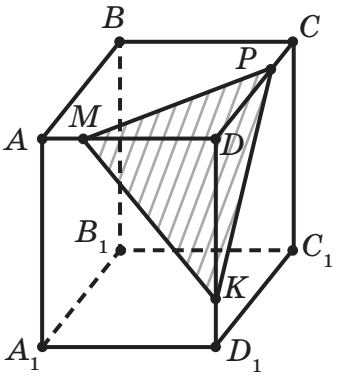
Площину, що перетинає многогранник, називають *січною площиною*.

При перетині многогранника січною площиною утворюється переріз многогранника.

Сторони перерізу лежать на гранях многогранника, а вершини — на ребрах. На грані многогранника не може бути більше від одного відрізка перетину із січною площиною (дві площини не можуть перетинатися більше ніж по одній прямій).

Щоб побудувати переріз многогранника січною площиною, потрібно побудувати відрізки перетину цієї площини з гранями многогранника й отримати плоский многокутник.

7. Розглянь зразок розв'язування задачі на побудову.



Дано: прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. На його ребрах AD, CD та DD_1 дано точки M, P та K.

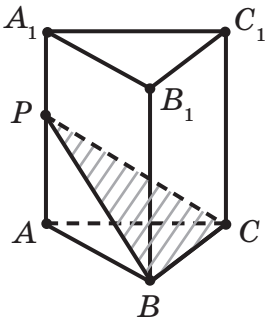
Побудуй: переріз паралелепіпеда площиною, що проходить через подані точки.

Розв'язання

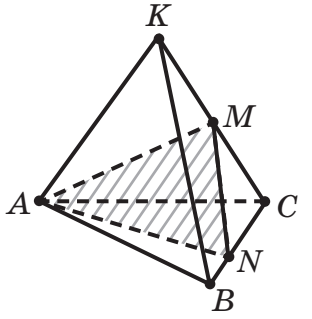
Точки M та P — спільні точки площини грані $ABCD$ та січної площини, тому ці площини перетинаються по прямій MP. Відрізок MP є відрізком перетину грані $ABCD$ та січної площини. Аналогічно для точок K і P та M і K проводимо відрізки MP і MK. Трикутник MKP — шуканий переріз.

8. Розглянь рисунки. Дай відповіді на запитання.

а)



б)



— Назви вершини многогранника: а) _____ б) _____

— Назви ребра многогранника: а) _____ б) _____

— Які з граней мають спільне ребро AB? а) _____ б) _____

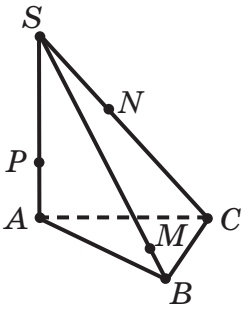
— Яка площина перетинає поданий многогранник? а)_____ б) _____

— По яких відрізках січна площина перетинає грані многогранника?
а) _____ б) _____

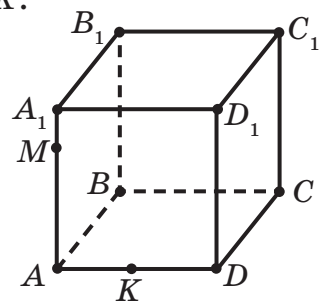
— Який многокутник утворився в перерізі? а) _____
б) _____

9. Побудуй переріз многогранника площиною, що проходить через три подані точки:

а) M, N, P;



б) M, B, K.



10. Виконай **самостійну роботу 1**.

11. Підсумовуємо вивчене.

- Площину, що перетинає многогранник, називають січною площиною.
- При перетині многогранника січною площиною утворюється переріз многогранника.
- Сторони перерізу лежать на гранях многогранника, а вершини — на ребрах. На грані многогранника не може бути більше від одного відрізка перетину із січною площиною (дві площини не можуть перетинатися більше ніж по одній прямій).
- Щоб побудувати переріз многогранника січною площиною, потрібно побудувати відрізки перетину цієї площини з гранями многогранника й отримати плоский многокутник.

УРОК 5 ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Переглянь презентацію та повтори навчальні одиниці, вивчені на уроці.

II. Перевір себе. Виконай завдання.

1. Які з тверджень є правильними? Познач так / ні.
   — Дві паралельні прямі лежать в одній площині. (Так / Ні)
   — Дві прямі, що лежать в одній площині, паралельні. (Так / Ні)
   — Якщо дві прямі в просторі не перетинаються, то вони паралельні. (Так / Ні)
   — Будь-які три точки завжди лежать в одній площині. (Так / Ні)
   — Серед усіх точок простору можна вибрати три, які не лежать в одній площині. (Так / Ні)

2. Виконай тестові завдання.
   1) Скільки площин можна провести через три точки?
   А Одну; **Б** безліч; **В** одну або безліч; **Г** жодної.
   2) Скільки площин можна провести через пряму й точку?
   А Одну; **Б** безліч; **В** одну або безліч; **Г** жодної.

III. Виконай у робочому зошиті.

1. Накресли прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Побудуй переріз його площиною, що проходить: а) через точки B, B_1, D; б) через точки A, A_1, B.
2. Визнач, яку найменшу кількість граней, ребер та вершин може мати: а) пряма призма; б) піраміда.
3. Скільки вершин, граней має призма, якщо в неї 18 ребер?
4. Скільки граней, ребер має піраміда, якщо в неї 10 вершин?

ЗАДАЧІ НА ПОБУДОВУ ПЕРЕРІЗІВ МНОГОГРАННИКІВ

1. Перевірка домашнього завдання.
2. Запам'ятай інформацію. Відтвори з пам'яті.

Площину, що перетинає многогранник, називають *січною площиною*.

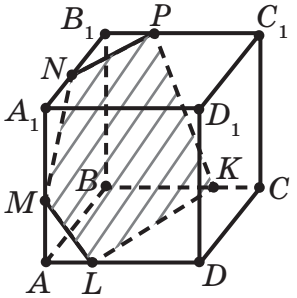
При перетині многогранника січною площиною утворюється переріз многогранника.

Сторони перерізу лежать на гранях многогранника, а вершини — на ребрах. На грані многогранника не може бути більше від одного відрізка перетину із січною площиною (дві площини не можуть перетинатися більше ніж по одній прямій).

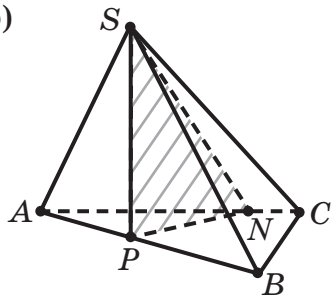
Щоб побудувати переріз многогранника січною площиною, потрібно побудувати відрізки перетину цієї площини з гранями многогранника й отримати плоский многокутник.

3. Розглянь рисунки. Дай відповіді на запитання.

а)



б)



— Який многокутник утворився в перерізі? _____

— Чи належить перерізу точка B? _____

— Визнач, чи перетинаються прямі:

а) на рисунку а прямі BB_1 та NP; _____

б) на рисунку б прямі SB та PN. _____

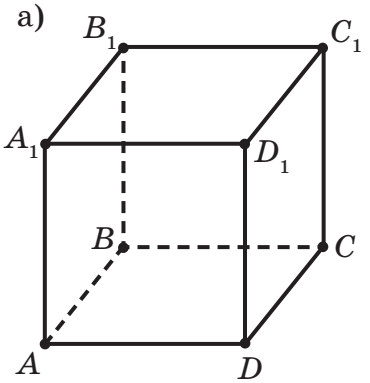
4. Проведи січну площину:

а) через вершини B_1, D_1, A;

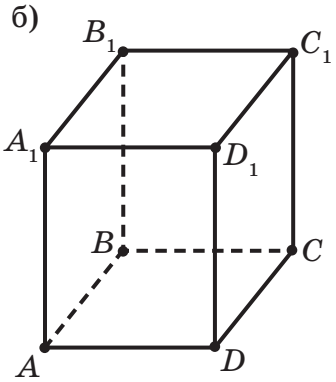
б) через ребра A_1B_1 та DC;

в) через ребро AA_1 та точку C.

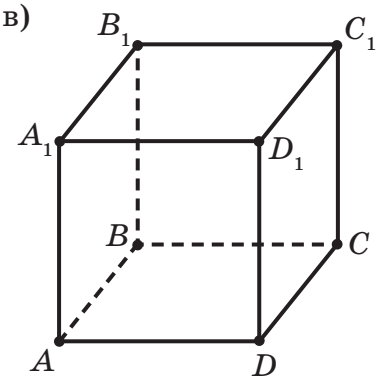
а)



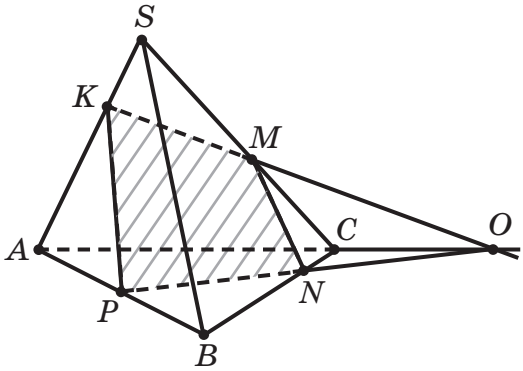
б)



в)



5. Розглянь зразок розв'язування задачі на побудову перерізів.



Дано: піраміду $SABC$. На її ребрах SA, AB, BC взято точки K, P, N.

Побудуй: переріз піраміди площиною KPN.

Розв'язання

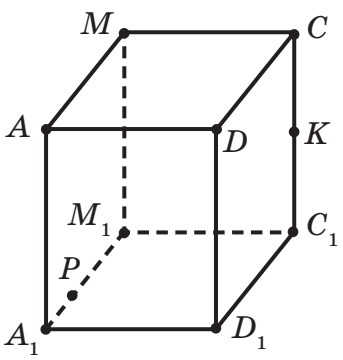
Січна площина KPN перетинає грані SAB та ABC по відрізках PK та PN відповідно. Щоб побудувати відрізки перетину січної площини з гранями SAC та SBC, потрібно на ребрі SC побудувати точку M, що належить січній площині. Як це зробити? Для цього знайдемо спочатку точку, у якій січна площина перетинає пряму AC.

Обидві прямі AC та PN лежать у площині ABC — площині основи піраміди, тому можна побудувати точку їх перетину — точку O. Точка O належить прямій AC, яка є прямою перетину площин SAC та ABC. Точки K та O належать площині SAC, тому пряма KO також їй належить. На перетині KO та SC отримаємо шукану точку M. З'єднаємо точки M та N й отримаємо шуканий переріз $KPNM$.

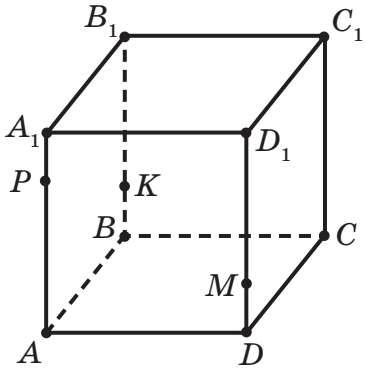
➢ Переглянь презентацію.

6. Побудуй перерізи поданих фігур, які проходять через подані точки P, M, K.

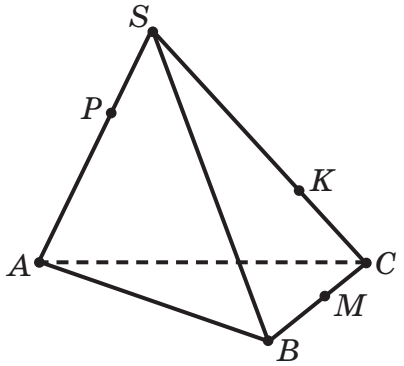
а)



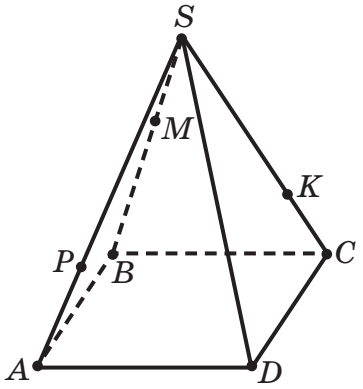
б)



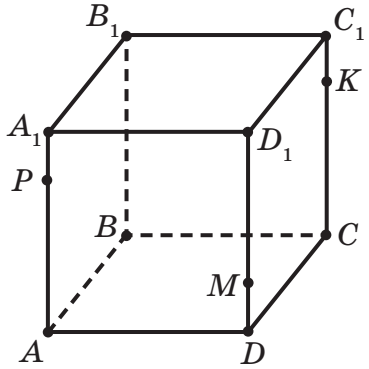
в)



г)

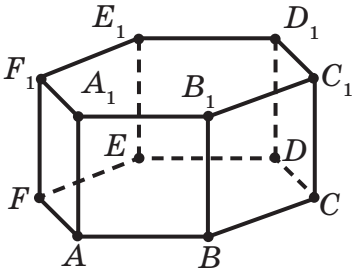


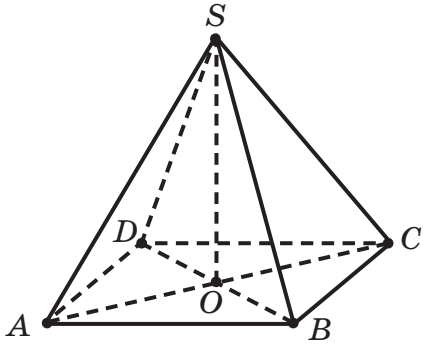
д)



7. Запам'ятай інформацію в рамочці. Відтвори з пам'яті.

Призма **є правильною, якщо вона пряма і її основи є правильними многокутниками.**





Піраміда **є правильною, якщо її основа — правильний многокутник, а вершина проєктується в центр основи (центри вписаного та описаного кіл для правильного многокутника збігаються).**

➢ Дай відповіді на запитання.

а) Чи є правильною пряма призма, якщо в її основі ромб? квадрат?

б) Чи є правильною піраміда, якщо її основа: правильний трикутник? квадрат та всі бічні ребра рівні?

8. Побудуй: а) правильну трикутну піраміду; б) правильну чотирикутну піраміду; в) правильну трикутну призму; г) правильну чотирикутну призму.

➢ Дай відповіді на запитання.

— Які фігури лежать в основах побудованих фігур?

— Які ще умови повинні виконуватись?

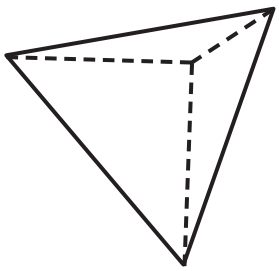
9. **Побудуй тіла обертання: циліндр, конус, кулю. У циліндрі та конусі побудуй осьовий переріз.**

10. **Мінілекція. Прослухай лекцію. Підкресли головне.**

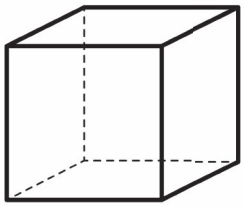
Опуклий многогранник називають правильним, якщо його грані є правильними многокутниками з однією й тією самою кількістю сторін, а в кожній вершині многогранника сходиться одне й те саме число ребер.

Існує п'ять типів правильних опуклих многогранників.

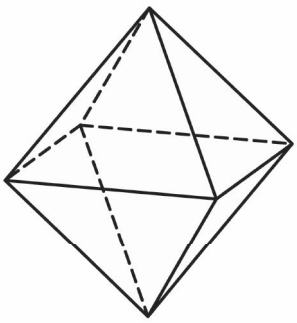
Правильні многогранники: тетраедр, куб (гексаедр), октаедр, додекаедр, ікосаедр.



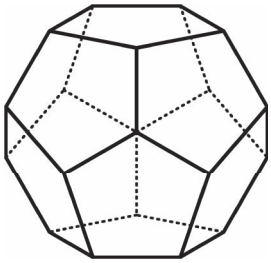
Тетраедр



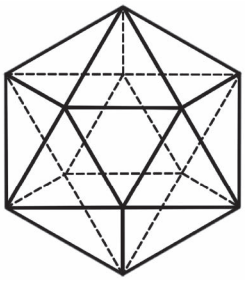
Куб
(гексаедр)



Октаедр



Додекаедр



Ікосаедр

У правильного тетраедра грані — правильні трикутники, у кожній вершині сходиться по три ребра.

У куба (гексаедра) усі грані — квадрати, у кожній вершині сходиться по три ребра. Куб — прямокутний паралелепіпед з однаковими ребрами.

В октаедра грані — правильні трикутники, у кожній вершині сходиться по чотири ребра.

У додекаедра грані — правильні п'ятикутники, у кожній вершині сходиться по три ребра.

В ікосаедра грані — правильні трикутники, у кожній вершині сходиться по п'ять ребер.

11. Вивчи інформацію в рамочці. Відтвори з пам'яті.

Теорема Ейлера для опуклих правильних многогранників

Для кожного опуклого многогранника сума числа вершин В і числа граней Г на 2 більша за число його ребер Р:

$$\mathbf{В + Г - Р = 2}$$

➢ Заповни таблицю, застосовуючи теорему Ейлера, за зразком.

	Геометрія грані	Кількість вершин	Кількість ребер	Кількість граней
Тетраедр		4	6	4
Гексаедр				
Октаедр				
Додекаедр				
Ікосаедр				

12. Підсумовуємо вивчене.

➢ *Призма* є правильною, якщо вона пряма і її основи є правильними многокутниками.

➢ *Піраміда* є правильною, якщо її основа — правильний многокутник, а вершина проєктується в центр основи (центри вписаного та описаного кіл для правильного многокутника збігаються).

➢ Правильні многогранники: тетраедр, куб (гексаедр), октаедр, додекаедр, ікосаедр.

➢ *Теорема Ейлера для опуклих правильних многогранників.* Для кожного опуклого многогранника сума числа вершин В і числа граней Г на 2 більша за число його ребер Р: $В + Г - Р = 2$.

ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Переглянь презентацію та повтори навчальні одиниці, вивчені на уроці.

II. Перевір себе. Виконай тестові завдання. Знайди правильну відповідь серед запропонованих.

1. Основними фігурами в стереометрії є:

А точка, кут, многокутник;
Б точка, пряма, площина;
В відрізок, площина, пряма;
Г точка, кут, площина.

2. Єдину площину можна задати:

А прямою і точкою, що лежить на ній;
Б двома точками;
В трьома точками, що лежать на одній прямій;
Г прямою і точкою, що не лежить на ній.

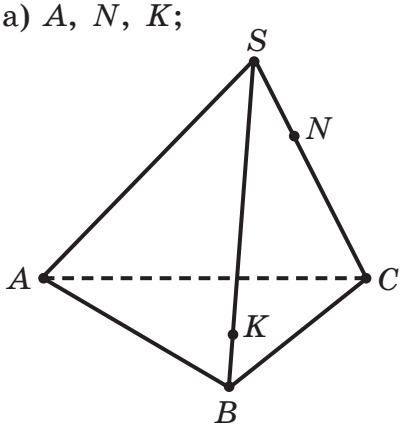
3. При перетині грані многогранника із січною площиною утворюється фігура:

А пряма;
Б многокутник;
В відрізок;
Г інший варіант відповіді: _____.

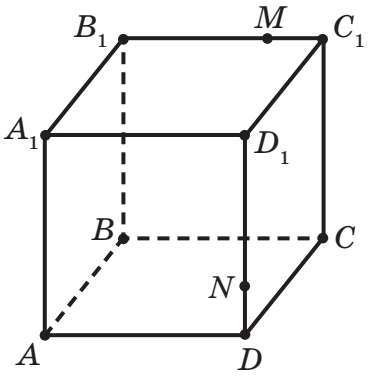
III. Виконай у робочому зошиті.

Побудуй перерізи многогранників через подані точки.

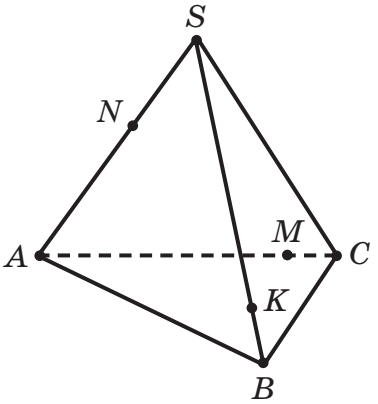
а) A, N, K;



б) M, N, A_1;



в) M, N, K.



РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ І ВПРАВ. ПРАКТИЧНА РОБОТА

1. Перевірка домашнього завдання.

2. Попрацюй у парі. Усно дайте одне одному відповіді на запитання.

— Що вивчає стереометрія?
— Які ви знаєте основні геометричні фігури у просторі?
— Сформулюйте аксіоми стереометрії.
— Пригадайте наслідки з аксіом стереометрії.
— Які геометричні фігури задають єдину площину?
— Що таке призма, піраміда?
— Що таке переріз многогранника?
— Чому січна площина не може перетинати грань многогранника по двох відрізках?

3. Розв'яжи задачі.

а) Скільки площин можна провести через дві прямі, що не перетинаються?

А Одну; **Б** безліч;
В одну або жодної; **Г** одну або безліч.

б) Дано точки M, H, K такі, що $MH = 4$ см, $HK = 7$ см, $MK = 8$ см. Скільки існує площин, які містять точки M, H, K? Відповідь поясни.

в) Площина α проходить через вершини A і B трикутника ABC і точку O — середину сторони AC. Доведи, що точка C належить площині α.

г) Побудуй переріз куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ площиною, що проходить через вершину D та точки M і P, які належать відповідно ребрам AA_1 і B_1C_1.

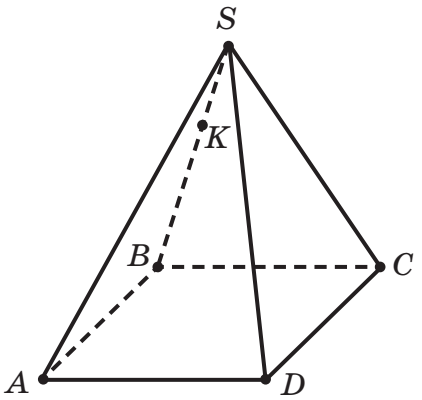
4. Виконай **практичну роботу 1**.

ПРАКТИЧНА РОБОТА 1

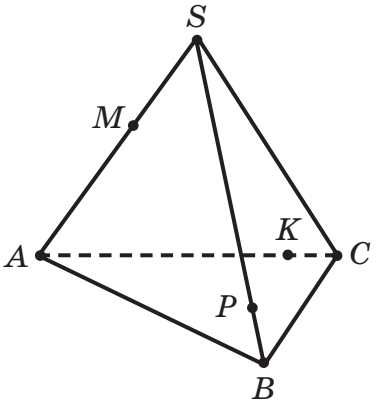
Варіант 1

1. Накресли три просторові геометричні фігури:
   а) прямокутний паралелепіпед;
   б) трикутну піраміду;
   в) циліндр.

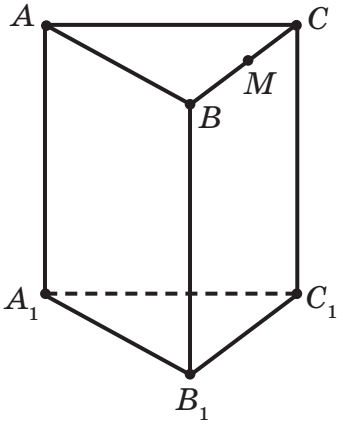
2. Побудуй переріз поданих геометричних фігур січною площиною, що проходить:
   а) через точки A, K, C;



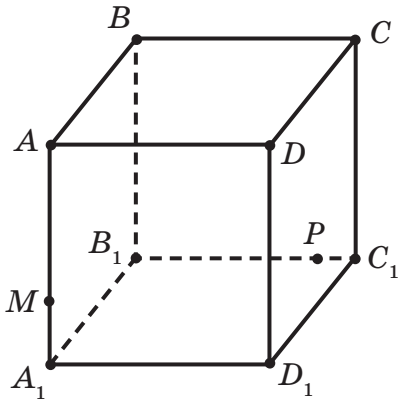
   б) через точки M, P, K;



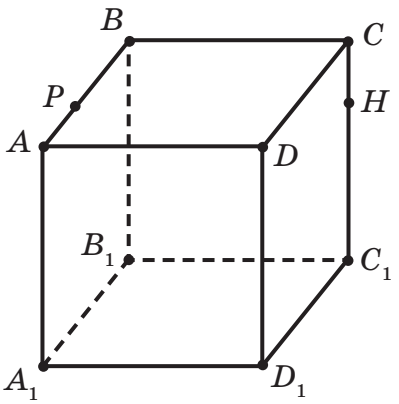
   в) через точки A, A_1, M;



   г) через точки B, M, P.



3. Побудуй переріз прямокутного паралелепіпеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ площиною, що проходить через вершину B_1 та точки P і H, які належать ребрам AB та CC_1 відповідно.

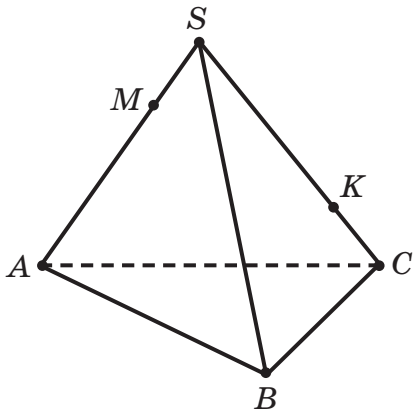


Варіант 2

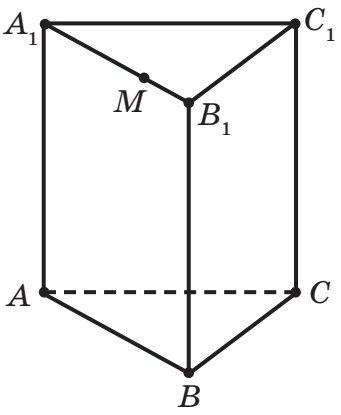
1. Накресли три просторові геометричні фігури:
   а) пряму трикутну призму;
   б) чотирикутну піраміду;
   в) конус.

2. Побудуй переріз поданих геометричних фігур січною площиною, що проходить:

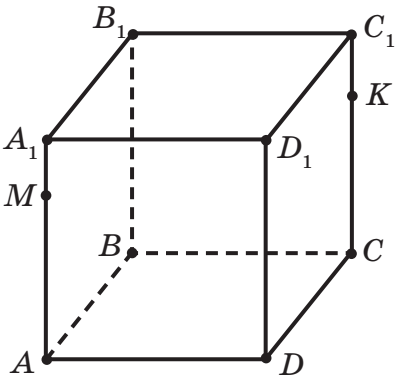
а) через точки M, K, B;



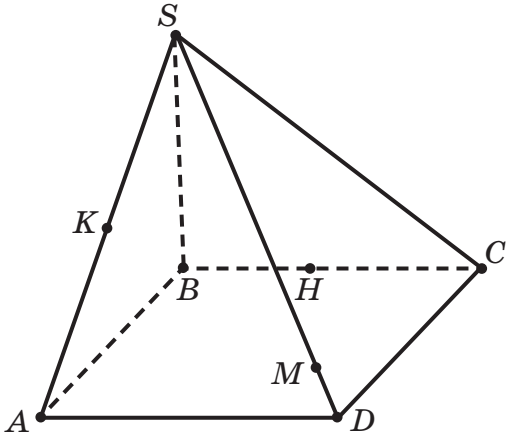
б) через точки C_1, C, M;



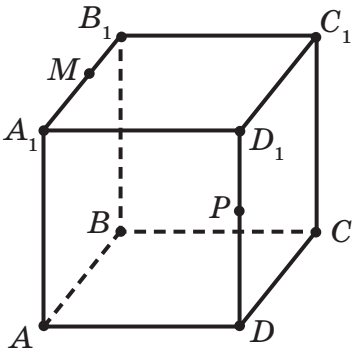
в) через точки M, D, K;



г) через точки M, H, K.



3. Побудуй переріз куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ площиною, що проходить через вершину A та точки M і P, які належать ребрам A_1B_1 та DD_1 відповідно.



Підбиття підсумків практичної роботи.

- Я знаю, що _____
- Я розумію, що _____
- Я вмію _____
- Я застосовую _____
- Я аналізую _____
- Я перевіряю _____
- Я оцінюю _____

УРОК 7 ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Переглянь презентацію та повтори навчальні одиниці, вивчені на уроці.

II. Перевір себе. Дай відповіді на запитання (познач Так/Ні).

1. У просторі прямі a та b перетинаються.
   — Через прямі a та b можна провести безліч площин. (Так/Ні)
   — Через прямі a та b можна провести лише одну площину. (Так/Ні)
   — Через прямі a та b не можна провести площину. (Так/Ні)

2. Точки A та B належать площині α, а точка M не належить площині α.
   — Пряма AM лежить у площині α. (Так/Ні)
   — Пряма AB лежить у площині α. (Так/Ні)
   — Пряма BM не лежить у площині α. (Так/Ні)

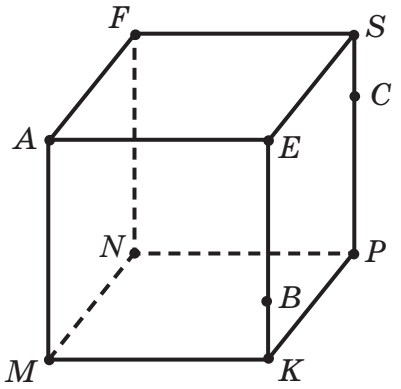
III. Виконай у робочому зошиті.

1. У кубі $ABCDA_1B_1C_1D_1$ побудуй переріз площиною, що проходить через точки A, B_1, D_1. Яка фігура утворилась у перерізі?

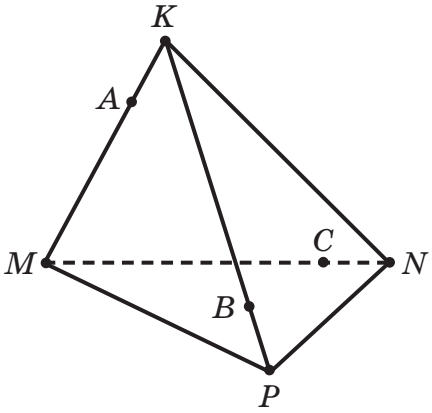
2. У піраміді $SABC$, усі ребра якої рівні, проведи переріз площиною, що проходить через точки B, C, M, де M — середина ребра SA. Яка фігура утворилась у перерізі?

3. У поданих фігурах побудуй переріз площиною, що проходить через точки A, B, C.

а)



б)



ВЗАЄМНЕ РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМИХ У ПРОСТОРІ

1. Перевірка домашнього завдання.

2. Заповни схему, дописавши пропущене. Накресли рисунки.

Дві прямі на площині

Мають одну спільну точку,
тобто _____
Рисунок:

Не мають спільних точок,
тобто _____
Рисунок:

3. Переглянь презентацію. Заповни схему.

Дві прямі у просторі

Мають одну спільну точку,
тобто _____
_____
Лежать у _____ площині

Не мають спільних точок

_____ лежать в одній площині

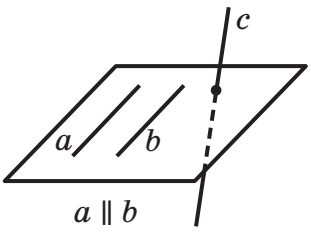
_____ не лежать в одній площині

4. Запам'ятай інформацію в рамочці. Відтвори з пам'яті.

Дві прямі у просторі є *паралельними*, якщо вони лежать в одній площині та не перетинаються.

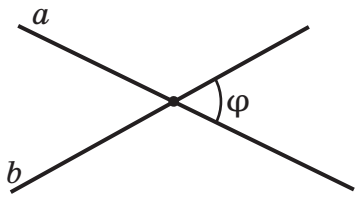
Дві прямі у просторі є *мимобіжними*, якщо вони не лежать в одній площині та не перетинаються.

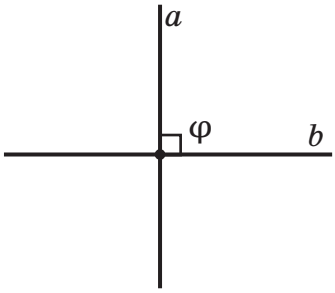
Наприклад: a і c, b і c — мимобіжні прямі.



5. **Прочитай текст. Підкресли головне.**

При перетині двох прямих утворюються чотири кути: два гострих та два тупих (або всі чотири по 90°).

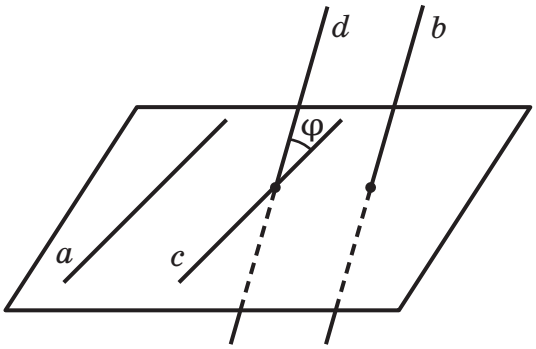




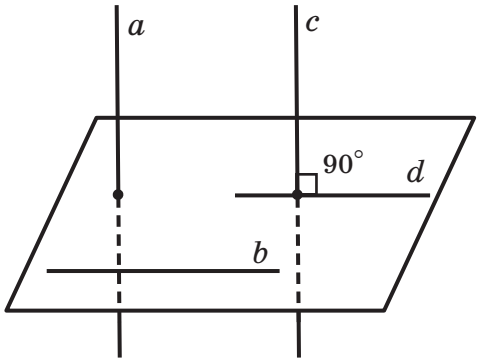
Кутом між прямими прийнято вважати гострий кут або кут, що дорівнює 90° (якщо всі чотири кути — прямі). Якщо $\varphi = 90°$, то прямі перпендикулярні: $a \perp b$.

Прийнято вважати, що кут між паралельними прямими дорівнює 0°.

Кутом між мимобіжними прямими є кут між прямими, що паралельні поданим прямим та перетинаються.

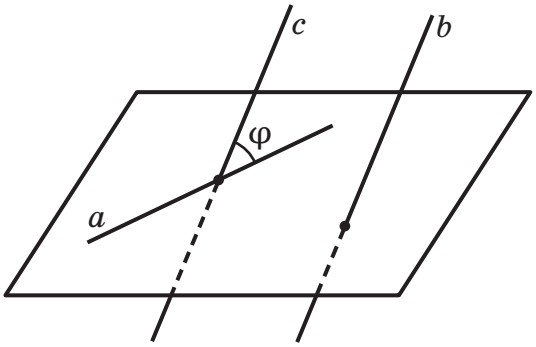


$c \parallel a,\ d \parallel b$



$c \parallel a,\ d \parallel b,\ c \perp d,\ a \perp b$

Якщо кут між мимобіжними прямими дорівнює 90°, то подані прямі перпендикулярні. Отже, у просторі перпендикулярні прямі можуть перетинатися, а можуть бути мимобіжними.



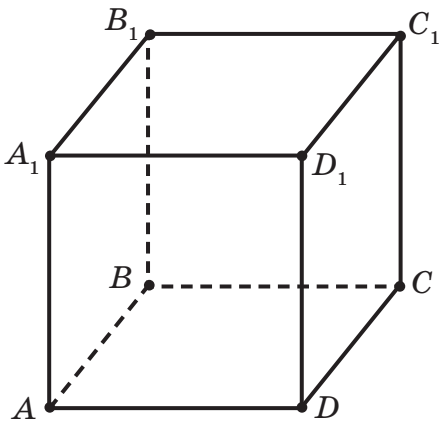
$c \parallel b$

φ — кут між мимобіжними прямими a та b

Щоб знайти кут між мимобіжними прямими, можна на одній з них узяти довільну точку та провести через неї пряму, паралельну іншій прямій.

6. Розв'яжи задачу. Запиши відповіді.

Дано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$.



Знайди кут між прямими:

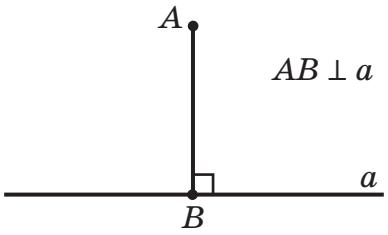
BB_1 та AD _____ A_1D та DD_1 _____

CC_1 та BB_1 _____ AD та CC_1 _____

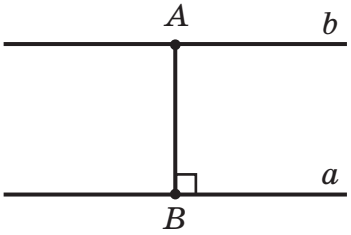
B_1C та AD _____ A_1D та C_1B _____

7. Запам'ятай інформацію в рамочці. Відтвори з пам'яті.

Відстанню від точки до прямої є довжина перпендикуляра, опущеного з поданої точки до поданої прямої.



Відстанню між паралельними прямими є довжина перпендикуляра, опущеного з будь-якої точки однієї прямої до іншої прямої.



$a \parallel b$
$AB \perp a$
$AB \perp b$

8. Розв'яжи задачу.

Знайди відстані між паралельними ребрами прямокутного паралелепіпеда, якщо його виміри становлять 3 см, 8 см, 10 см.

9. Запам'ятай інформацію в рамочці. Відтвори з пам'яті.

Через точку, яка не лежить на поданій прямій, у просторі можна провести пряму, паралельну поданій, і до того ж тільки одну.

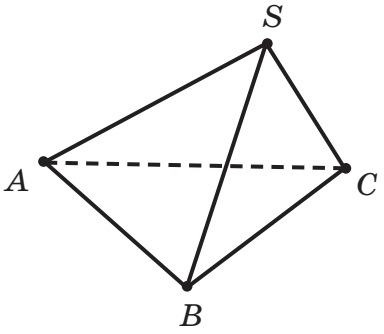
Через дві паралельні прямі можна провести площину, і до того ж тільки одну.

Дві прямі, паралельні третій прямій, паралельні між собою (ознака паралельності прямих).

Якщо одна з двох прямих лежить у площині, а інша перетинає цю площину в точці, яка не належить першій прямій, то подані прямі є мимобіжними (ознака мимобіжних прямих).

10. Розв'яжи задачу.

Дано трикутну піраміду $SABC$. Назви пряму, яка є мимобіжною: а) з прямою SA; б) з прямою AB; в) з прямою SB.



11. Розв'яжи задачі.

а) Дано точки A, B та C такі, що $AB = 5$ см, $BC = 6$ см, $AC = 4$ см. Скільки існує площин, що містять точки A, B та C? Відповідь поясни.

б) Через точку M, що належить прямій a, проведено перпендикуляр MP. Через точку P проведено пряму b, перпендикулярну до MP. Чи можна стверджувати, що прямі a і b паралельні (на площині; у просторі)?

12. Підсумовуємо вивчене. Дай відповіді на запитання.
    1. Як можуть бути розміщені дві прямі у просторі?
    2. Як називають дві прямі у просторі, які не мають спільних точок?
    3. Що називають відстанню від точки до прямої?
    4. Який з кутів прийнято вважати кутом між прямими, що перетинаються?

УРОК 8 ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Переглянь презентацію та повтори навчальні одиниці, вивчені на уроці.

II. Розв'яжи задачі.

1. Точки M та P належать прямій p, а точки A та O належать прямій k, причому прямі p та k паралельні. Доведи, що прямі MA та PO не є мимобіжними.

2. Прямі a та b мимобіжні, пряма c паралельна прямій b. Чи правильне твердження, що a та c мимобіжні? Відповідь обґрунтуй.

3. Дано точки A, B та C такі, що $AB = 4$ см, $BC = 5$ см, $AC = 9$ см. Скільки існує площин, що містять точки A, B та C? Відповідь поясни.

ВЗАЄМНЕ РОЗМІЩЕННЯ ПРЯМИХ У ПРОСТОРІ

1. Перевірка домашнього завдання.

2. Усно розв'яжи задачі. Відповіді поясни.

1) Прямі AB і CD перетинаються. Чи можуть прямі AC та BD бути мимобіжними?

2) Дано $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $AC = 7$ см. Скільки площин можна провести через точки A, B, C?

3) Дано AB і CD — мимобіжні прямі. Чи можуть прямі AC і BD бути паралельними?

4) Точки A та B належать площині α, а точка C не належить їй. Обери правильне твердження.

А Пряма BC лежить у площині α;
Б пряма AC лежить у площині α;
В пряма AB лежить у площині α;
Г пряма AB лежить поза площиною α.

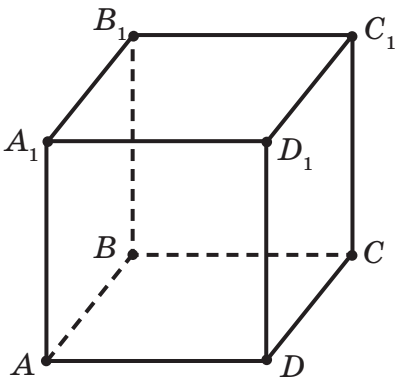
5) У просторі дано дві прямі a і b, які перетинаються в точці K. Обери правильне твердження.

А Через прямі a та b можна провести дві різні площини;
Б через прямі a та b можна провести безліч площин;
В через прямі a та b можна провести лише одну площину;
Г через прямі a та b не можна провести площину.

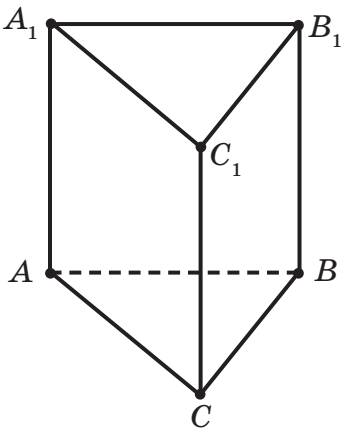
6) До прямої a проведено перпендикуляр AD. Доведи, що пряма й проведений до неї перпендикуляр лежать в одній площині.

3. Розглянь рисунки.

а)



б)



Запиши пари паралельних та мимобіжних прямих.

а) паралельні _____

мимобіжні _____

б) паралельні _____

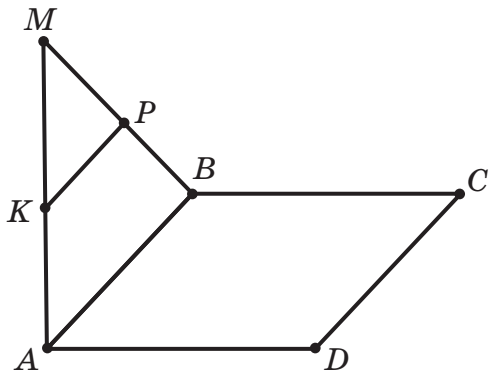
мимобіжні _____

4. За допомогою предметів навколо проілюструй основну властивість паралельних прямих та ознаку паралельності прямих. Допиши речення.

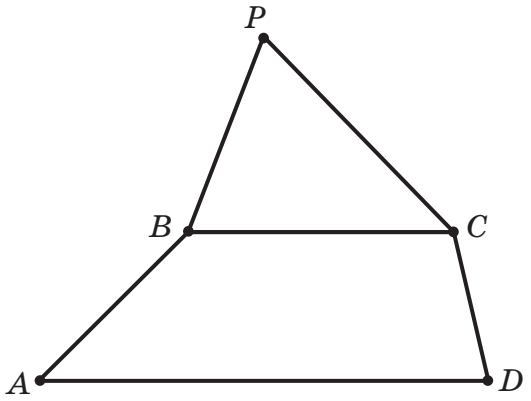
Щоб установити паралельність двох прямих, знайди пряму (покажи, що існує пряма), якій _____ з поданих прямих.

5. Розв'яжи задачі.

а) Паралелограм $ABCD$ і трикутник MAB не лежать в одній площині. KP — середня лінія трикутника MAB. Доведи, що прямі KP та CD паралельні.



б) Трапеція $ABCD$ (BC та AD — основи) та трикутник BCP не лежать в одній площині. Доведи, що середні лінії трикутника та трапеції лежать на паралельних прямих.



6. Виконай **самостійну роботу 2**.

7. Підсумовуємо вивчене.

ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Повтори навчальні одиниці, вивчені на уроці.

II. Розв'яжи задачі.

1. У просторі дано три прямі — k, l, m. Познач правильне твердження.

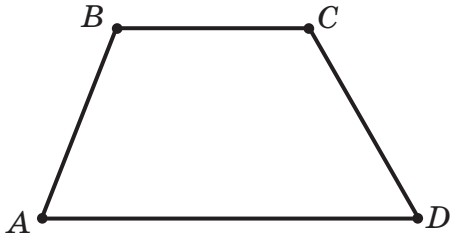
   А Якщо k і l мимобіжні та k і m мимобіжні, то l і m обов'язково мимобіжні.

   Б Якщо k і l паралельні та k і m паралельні, то прямі k, l, m лежать в одній площині.

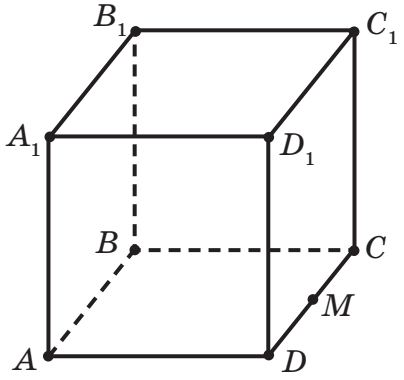
   В Якщо k і l перетинаються та k і m перетинаються, то l і m обов'язково перетинаються.

   Г Якщо k і l мимобіжні та k і m перетинаються, то прямі l і m можуть лежати в одній площині.

2. Трапеція $ABCD$ має основи AD та BC, які дорівнюють 21 см та 8 см відповідно. $AB = 14$ см, $CD = 15$ см. Знайди відстань між прямими BC та AD.



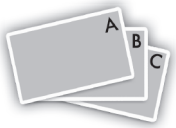
3. Побудуй переріз куба площиною, що проходить через точки A, B_1, M.



КОРИГУВАННЯ ЗНАНЬ З ТЕМИ «ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ Й АКСІОМИ СТЕРЕОМЕТРІЇ. НАСЛІДКИ З АКСІОМ. ПРОСТОРОВІ ГЕОМЕТРИЧНІ ФІГУРИ. ЗОБРАЖЕННЯ ПЛОСКИХ ТА ПРОСТОРОВИХ ФІГУР У СТЕРЕОМЕТРІЇ»

Урок 10

1. Перевірка домашнього завдання.
2. Виконай **теоретичний залік 1**.
3. Робота з **корекційними картками 1** (А–В–С).



ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

I. Повтори всі навчальні одиниці, вивчені на попередніх уроках, щоб підготуватися до контрольної роботи.

II. Перевір себе. Виконай тестові завдання.

1. Прямі a і b паралельні прямій c. Яке взаємне розміщення прямих a та b?
   А Перетинаються;
   Б паралельні;
   В мимобіжні.

2. Через три точки проведено дві різні площини. Як розміщені ці точки?
   А Лежать на одній прямій;
   Б не лежать на одній прямій.

3. У кубі $ABCDA_1B_1C_1D_1$ побудовано переріз площиною, яка проходить через точки B, C_1, A_1. Із чотирьох поданих тверджень обери правильні.
   А Перерізом є прямокутний трикутник;
   Б перерізом є правильний трикутник;
   В пряма A_1C_1 належить січній площині й площині грані $A_1B_1C_1D_1$;
   Г січна площина та площина грані $ABCD$ мають тільки одну спільну точку.

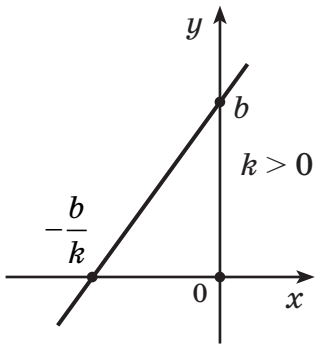
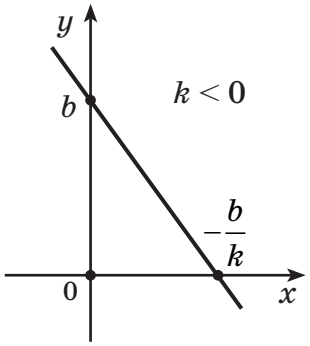
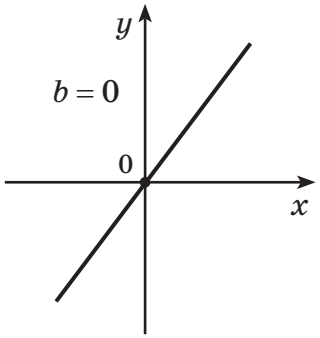
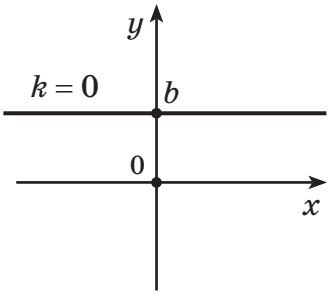
III. Виконай у робочому зошиті.

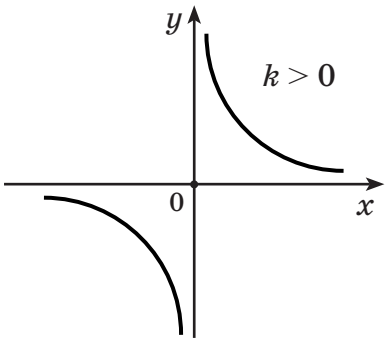
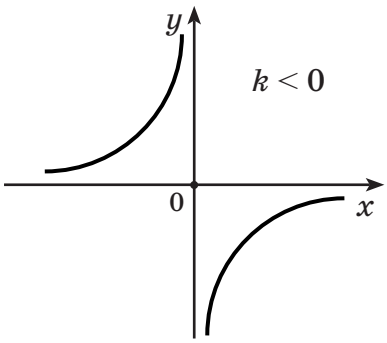
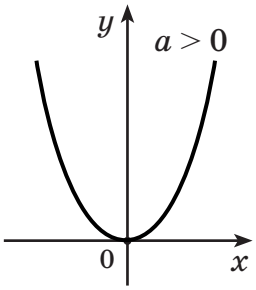
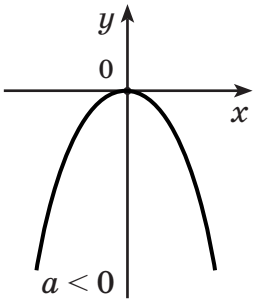
Розв'яжи задачі.

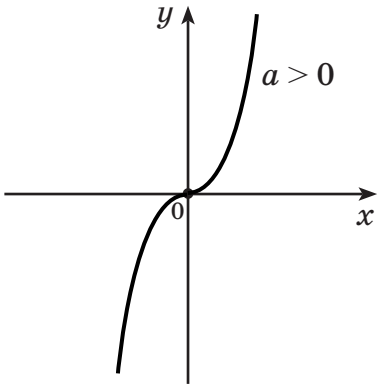
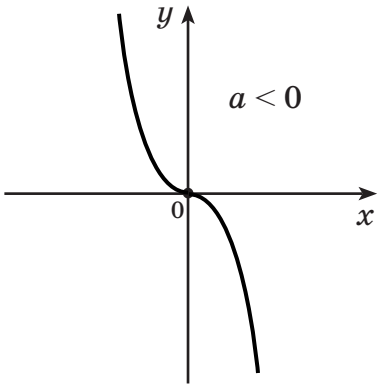
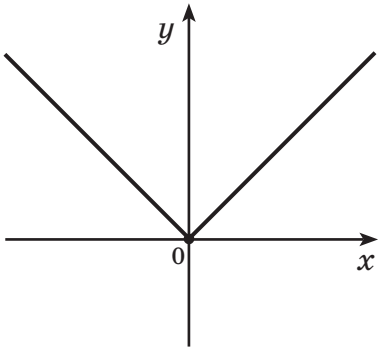
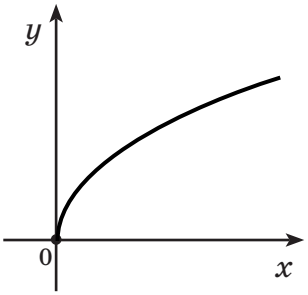
а) Доведи, що якщо діагоналі чотирикутника перетинаються, то його вершини лежать в одній площині.

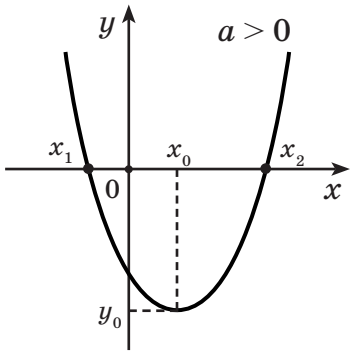
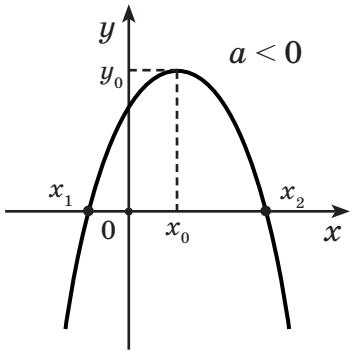
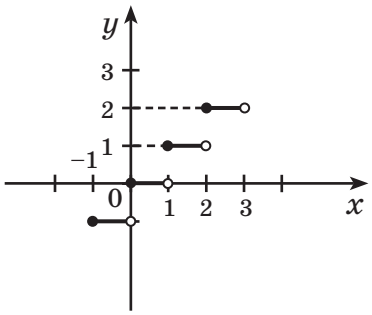
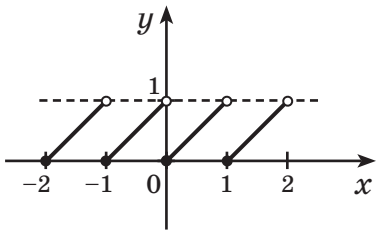
б) Вершини чотирикутника не лежать в одній площині. Доведи, що відрізки, які з'єднують середини його протилежних сторін, перетинаються.

ДОДАТКИ
До уроку 7 (Алгебра)

Функція	Графік	$D(y)$	$E(y)$	Парність, непарність	Зростання, спадання
Лінійна $y = kx + b$		R	R	ані парна, ані непарна	зростає на R
					спадає на R
				непарна	зростає (спадає) залежно від k
			b	парна	постійна

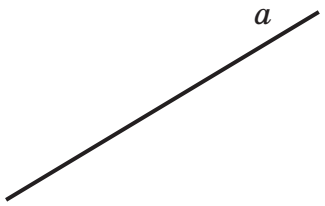
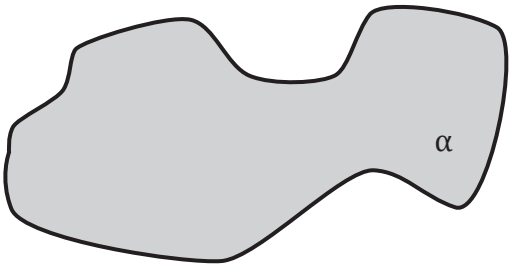
Функція	Графік	$D(y)$	$E(y)$	Парність, непарність	Зростання, спадання
Обернена пропорційність $y = \frac{k}{x}$		$x \neq 0$	$x \neq 0$	непарна	спадає на кожному з проміжків $(-\infty;\ 0)$, $(0;\ +\infty)$
					зростає на кожному з проміжків $(-\infty;\ 0)$, $(0;\ +\infty)$
$y = ax^2$		R	$[0;\ +\infty)$	парна	зростає, якщо $x \in [0;\ +\infty)$; спадає, якщо $x \in (-\infty;\ 0]$
			$(-\infty;\ 0]$		зростає, якщо $x \in (-\infty;\ 0]$; спадає, якщо $x \in [0;\ +\infty)$

Функція	Графік	$D(y)$	$E(y)$	Парність, непарність	Зростання, спадання
$y = ax^3$		R	R	непарна	зростає, якщо $x \in R$
					спадає, якщо $x \in R$
$y = \|x\|$		R	$[0;\ +\infty)$	парна	спадає, якщо $x \in (-\infty;\ 0]$; зростає, якщо $x \in [0;\ +\infty)$
$y = \sqrt{x}$		$[0;\ +\infty)$	$[0;\ +\infty)$	ані парна, ані непарна	зростає, якщо $x \in [0;\ +\infty)$

Функція	Графік	$D(y)$	$E(y)$	Парність, непарність	Зростання, спадання
$y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$ або $x_0 = -\frac{b}{2a}$		R	$[y_0;\ +\infty)$	парна, якщо $x_0 = 0$	зростає, якщо $x \in [x_0;\ +\infty)$; спадає, якщо $x \in (-\infty;\ x_0]$
			$(-\infty;\ y_0]$		зростає, якщо $x \in (-\infty;\ x_0]$; спадає, якщо $x \in [x_0;\ +\infty)$
$y = [x]$		R	Z	ані парна, ані непарна	постійна для $x \in [n;\ n+1)$, де $n \in Z$
$y = \{x\}$		R	$[0;\ 1)$	ані парна, ані непарна	зростає на кожному з проміжків $[n;\ n+1)$, де $n \in Z$

ДОДАТКИ
До уроку 4 (Геометрія)

Основні фігури в просторі:

точка	пряма	площина
• Позначення: A; B; C; ...; M; ...	 Позначення: a, b, c, d, ..., m, n, ... (або двома великими латинськими буквами)	 Позначення: α, β, γ, ...

МАТЕМАТИКА В СМАРТФОНІ

Що таке GeoGebra?[1]

GeoGebra — це динамічна математична програма для користувачів усіх рівнів освіти, що об'єднує геометрію та алгебру й дозволяє працювати з таблицями та графіками, статистичними даними й обчисленнями. GeoGebra є швидкозростаючим співтовариством мільйонів користувачів з усього світу та провідною програмою динамічної математики, що використовується для підтримки науковців, технологів, інженерів, математиків, працівників сфери освіти (у тому числі для STEM-освіти).

Переваги GeoGebra:

- динамічна геометрія, алгебра та електронні таблиці, пов'язані між собою;
- простий у використанні інтерфейс при потужному функціоналі;
- можливість створення інтерактивних навчальних ресурсів у вигляді вебсторінок;
- доступна багатьма мовами для мільйонів користувачів з усього світу;
- відкритий вихідний код програмного забезпечення у вільному доступі для некомерційного використання.

[1] https://www.geogebra.org/

ВІДПОВІДІ

Алгебра

Урок 1

10. а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{4}{11}$; в) $2\frac{31}{90}$.

ДЗ Розділ II. 3. а) $\frac{128}{999}$; $\frac{41}{333}$; $\frac{105}{111}$; $\frac{46}{333}$; б) $\frac{1}{30}$; $\frac{8}{110}$; $\frac{13}{9\,900}$; $\frac{61}{1110}$.

Урок 2

8. а) $D(f) = [-0{,}5;\ +\infty)$; б) $D(f) = \left(-\infty;\ \frac{1}{4}\right]$.

ДЗ Розділ II. 1. а) $D(f) = [-2;\ 2]$; б) $E(f) = [-2;\ 2]$; в) $-2;\ 0;\ 2$; г) $(0;\ 0)$. **2.** а) $D(f) = [-4;\ 3]$; б) $E(f) = [-4;\ 4]$; в) $-2;\ 0$; г) $(0;\ -3)$. **3.** а) $D(f) = (-\infty;\ +\infty)$; б) $D(f) = (-\infty;\ 3) \cup (3;\ +\infty)$; в) $D(f) = (-\infty;\ -2) \cup (-2;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$.

Урок 3

5. а) зростає; б) спадає; в) зростає; г) спадає; д) зростає; е) зростає.

ДЗ Розділ II. 1. а) зростає; б) спадає; в) від $(-\infty;\ 0)$ спадає; від $(0;\ +\infty)$ зростає; г) зростає.

Урок 4

10. а) парна; б) не є ані парною, ані непарною; в) непарна; г) парна.

ДЗ Розділ II. 1. а) парна; б) не є ані парною, ані непарною; в) непарна; г) непарна; д) не є ані парною, ані непарною; е) парна.

Урок 5

7. Найбільше значення 5.

ДЗ Розділ II. 1. а) парна; б) парна; в) непарна; г) непарна; д) непарна; е) парна. **2.** а) зростає; б) зростає.

Урок 6

4. а) 34,4; б) −13,5. **7.** Найбільше значення 2. **8.** а) найбільше значення $2\frac{1}{4}$; б) найменше значення 3. **9.** 0; −3; 1.

Урок 8

10. 1) парна; 2) непарна; 3) парна; 4) парна; 5) парна; 6) парна; 7) парна; 8) парна; 9) непарна; 10) парна; 11) непарна; 12) не є ані парною, ані непарною;

13. а) найменше значення 2; б) найбільше значення 2; в) найбільше значення 2.

ДЗ Розділ II. 3. а) непарна; б) не є ані парною, ані непарною; в) парна; г) не є ані парною, ані непарною.

УДК [512:373.5](076-028.77)
М34

Зошит з друкованою основою створено відповідно до експериментальної навчальної програми «Математика (рівень стандарту) 10–11 кл.», що має гриф «Схвалено для використання у загальноосвітніх навчальних закладах» (лист ДНУ «ІМЗО» від 28.05.2020 р. № 22.1/10-1091)

М34 Математика. 10 клас : експерим. зошит з друкованою основою : у 9 ч. Ч. 1 / І. В. Гавриш, С. О. Доценко, О. А. Горьков, С. Б. Скиба. — Харків : Інтелект України, 2020. — 104 с.

ISBN 978-966-988-623-1

УДК [512:373.5](076-028.77)

Математика

10 клас

Експериментальний зошит з друкованою основою

Частина 1

Гавриш Ірина Володимирівна
Доценко Світлана Олексіївна
Горьков Олексій Андрійович
Скиба Світлана Борисівна

Головний редактор О. В. Скринник
Відповідальний редактор С. А. Олійник
Коректор Г. С. Супруненко
Комп'ютерне макетування М. О. Трубаєва

Підп. до друку 30.06.2020. Формат 60x90/8.
Друк офсетний. Папір офсетний. Ум. друк. арк. 15.
Наклад 420 прим. Зам. № 233.

Видавництво ТОВ ВБ «Інтелект України»,
а/с 10683, м. Харків, 61052.
Тел.: (057) 757-09-40. E-mail: office@intellect-ukraine.org
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 4508 від 19.03.2013.

Адреса для листування: 61052, м. Харків, а/с 10683, ТОВ ВБ «Інтелект України».

Віддруковано з готових форм у друкарні ПП «Модем»,
вул. Восьмого березня, 31, м. Харків, 61052. Тел.: (057) 758-15-80.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ХК № 91 від 25.12.2003.

ISBN 978-966-988-623-1

© ТОВАРИСТВО З ОБМЕЖЕНОЮ ВІДПОВІДАЛЬНІСТЮ
«НАЦІОНАЛЬНИЙ ІНТЕЛЕКТ», 2020