Харківський національний педагогічний університет імені Г.С. Сковороди

Кафедра математики

Дейніченко Т.І., Дейниченко Г.В.

МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА І ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ КОМПЛЕКС

для бакалаврантів фізико-математичного факультету
спеціальності: «014 Середня освіта (математика)»

Харків – 2021 рік

УДК 510.6(075.8)
ББК 22.122я73
Д27

Укладачі: Дейніченко Т.І., Дейниченко Г.В.

Рецензенти:

Чібісов Д.В. – доктор фізико-математичних наук, завідувач кафедри вищої математики Харківського національного університету імені Г.С. В.Н. Каразіна;

Чібісов О.Д. – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики Харківського національного педагогічного університету імені Г.С. Сковороди;

Математична логіка і теорія алгоритмів: навчально-методичний комплекс для бакалаврантів фізико-математичного факультету спеціальності «014 Середня освіта (математика)» ХНПУ імені Г.С. Сковороди. Харків, 2021. 45 с.

Ураховуючи міждисциплінарне значення математичної логіки і теорії алгоритмів, в сучасних умовах виникає необхідність у ґрунтовному оволодінні нею студентами математичних спеціальностей педагогічних ЗВО як складником їхньої професійної підготовки.

Навчально-методичний посібник дозволяє ознайомити студентів з цілями, змістом, вимогами щодо сформованості рівнів навчальних досягнень з предмету, формами і методами контролю навчально-пізнавальної діяльності; містить необхідні для самостійної роботи варіанти завдань з різних розділів курсу математичної логіки і теорії алгоритмів з метою повторення, узагальнення й систематизації знань, що сприятиме покращенню професійної підготовки майбутніх учителів.

Посібник може використовуватись як у навчальному процесі педагогічного ЗВО у вивченні математичної логіки і теорії алгоритмів, так і для самоосвіти студентів природничо-математичних спеціальностей педагогічних ЗВО.

Затверджено редакційно-видавничою радою Харківського національного педагогічного університету імені Г.С. Сковороди
Протокол № 11 від 22.11.2021

Видано за рахунок викладачів

1. Опис навчальної дисципліни

<table>
<tr><td rowspan="2">Галузь знань, спеціальність, освітній рівень</td><td rowspan="2">Загальні характеристики</td><td colspan="2">Навчальне навантаження з дисципліни</td></tr>
<tr><td>денна форма навчання</td><td>заочна форма навчання</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Галузь знань
01 Освіта / Педагогіка</td><td rowspan="3">інваріантна</td><td colspan="2">Рік вивчення дисципліни:</td></tr>
<tr><td>4</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="2">Семестр</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Загальна кількість кредитів:
денна форма навчання – 3;
заочна форма – 6 кредитів</td><td>7</td><td>7</td></tr>
<tr><td colspan="2">Лекції</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Спеціальність
014 Середня освіта (математика)</td><td rowspan="2">Загальна кількість годин:
денна форма навчання – 90;
заочна форма навчання – 180 годин</td><td>16</td><td>6</td></tr>
<tr><td colspan="2">Практичні, семінарські</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Модулів – 5</td><td>20</td><td>18</td></tr>
<tr><td colspan="2">Лабораторні</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Освітній рівень:
бакалавр</td><td rowspan="3">Співвідношення аудиторних годин і годин самостійної роботи для денної форми – 2:3; для заочної форми – 2:13</td><td colspan="2">-</td></tr>
<tr><td colspan="2">Самостійна робота</td></tr>
<tr><td>54</td><td>156</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Мова навчання – українська</td><td colspan="2">Форма підсумкового контролю:</td></tr>
<tr><td>іспит</td><td>іспит</td></tr>
</table>

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Предмет вивчення математичної логіки складають: *по-перше,* закони та форми мислення, які ведуть до пізнання істини, що передбачає застосування математичних методів для вивчення загальних структур (форм) правильного мислення; *по-друге,* процес доведення математичних теорем, математичні теорії як інструмент дослідження основ математики.

Міждисциплінарні зв'язки зі шкільним курсом математики, алгеброю і теорією чисел, математичним аналізом, геометрією, дискретною математикою, інформатикою, цифровою технікою, теоретичною фізикою та іншими точними науками.

Програма навчальної дисципліни складається з таких ***змістових модулів:***

1. Алгебра висловлень.
2. Числення висловлень.
3. Логіка предикатів.
4. Математичні теорії першого порядку.
5. Елементи теорії алгоритмів.

Цілями навчання дисципліни “Математична логіка і теорія алгоритмів” є:

– засвоєння студентами знань з основ науки (формалізація математичної мови, формалізований аксіоматичний метод побудови математичних теорій, що охоплює й логічні засоби та їх складники: мова, аксіоми, правила висновків, проблеми несуперечності, повноти, розв'язуваності теорій);

– розвиток логічної і математичної культури майбутнього вчителя математики, самостійності мислення у побудові міркувань, доведенні теорем, пізнанні суті поняття доведення та логічного виводу для глибокого засвоєння основних математичних понять, кращого розуміння логічних основ математики, логічної структури шкільного курсу математики;

– формування наукового світогляду студентів, погляду на математику як єдину дедуктивну систему задля їхнього становлення як суб'єктів навчально-професійної діяльності.

Основні **завдання** вивчення дисципліни “Математична логіка і теорія алгоритмів” у педагогічному ВНЗ – ***навчити*** майбутніх учителів математики

– поняттям і методам математичної логіки, які можуть бути застосовані у шкільній практиці задля реалізації прикладної спрямованості курсу;

– використовувати методи математичної логіки для обґрунтування чи спростування найрізноманітніших тверджень, гіпотез; аналізу логічної структури міркувань; аналізу і синтезу цифрових автоматів, елементів сучасної електронно-обчислювальної техніки, можливостей автоматизації логічних процесів, дослідження проблем штучного інтелекту задля усвідомленого використання засобів сучасних інформаційних технологій;

сприяти формуванню у майбутніх учителів математики таких здатностей:

ЗК.01. Здатність вчитися з високим рівнем автономності, вдосконалювати власні навички навчання.

ЗК.03. Здатність працювати в команді.

ЗК.04. Здатність до критичного мислення та обдумування.

ЗК.05. Дотримання етичних норм (зокрема, норм академічної доброчесності), цінування різноманіття та мультикультурності.
ЗК.07. Здатність аналізувати, синтезувати, оцінювати задля виявлення проблеми й успішного її розв'язування.
ЗК.08. Мовна (у т.ч. іншомовна) компетентність.
ЗК.09. Здатність роботи з інформацією (уміння знаходити та аналізувати інформацію з різних джерел, передусім – за допомогою сучасних інформаційних технологій).
ФК 1. Здатність формувати в учнів предметні компетентності.
ФК 7. Здатність ефективно застосувати ґрунтовні знання змісту шкільної математики.
ФК 8. Здатність аналізувати математичну задачу, створювати відповідну математичну модель та розглядати різні способи її розв'язування.
ФК 9. Здатність формувати в учнів переконання в необхідності обґрунтування гіпотез, розуміння математичного доведення.
ПРН4. Відтворювати базові знання фундаментальних розділів математики й оперувати ними в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів у обраній професії.
ПРН6. Володіти основами математичних дисциплін, у яких вивчаються моделі природничих та соціальних процесів, основами математичних теорій, що використовуються при математичному моделюванні.
ПРН9. Виокремлювати компоненти професійної (педагогічної або математичної) задачі, пояснювати їх взаємозв'язки та розробляти, пропонувати різні шляхи розв'язування задачі.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні ***мати уявлення*** про місце математичної логіки в системі математичних наук, структурі математичних теорій; ***знати*** науково-понятійний апарат логіки, її теоретичні положення (основні закони логік висловлень і предикатів; володіти основними ідеями курсу, вільно оперувати теоретичними відомостями в процесі математичних міркувань тощо); ***уміти***:

- застосовувати теоретичні знання для розв'язання задач курсу математичної логіки, задач суміжних курсів; аналізувати міркування, встановлювати істинність тверджень;
- технічно виконувати логічні перетворення формул на базі алгебри висловлень і предикатів, зокрема у застосуванні кванторів;
- формально доводити формули числення висловлень (теореми);
- використовувати отримані знання для розв'язання задач ШКМ, бачити в змісті, методах і логічній структурі навчального матеріалу наявність загальнокультурного, прикладного і творчого компоненту;
- досліджувати математичні теорії методами математичної логіки; аналізувати їх придатність до розв'язання проблеми;
- тлумачити неповноту і принципову обмеженість методу формалізації;
- застосовувати додатки логіки до логіко-математичної практики: розв'язання текстових математичних і логічних задач; аналіз і синтез дискретних

пристроїв задля розуміння принципів функціонування найпростіших і складних електронно-обчислювальних машин тощо.

3. Зміст навчальної дисципліни за модулями та темами

Модуль I.

Змістовий модуль 1.

Алгебра висловлень.

Тема 1. Висловлення. Операції над висловленнями. Формули алгебри висловлень. Таблиці істинності формул. Тавтології. Рівносильність формул алгебри висловлень.

Тема 2. Проблема вирішення в алгебрі висловлень. Нормальні форми.

Тема 3. Булеві функції. Функціонально повні системи операцій алгебри висловлень.

Тема 4. Логічне слідування на базі алгебри висловлень. Застосування алгебри висловлень в теорії комбінаційних схем.

Змістовий модуль 2.

Числення висловлень

Тема 1. Побудова числення висловлень. Приклади доведень в численні висловлень.

Тема 2. Вивідність з гіпотез. Метатеорема дедукції. Зв’язок між формулами висловлень і формулами числення висловлень.

Тема 3. Несуперечність, повнота і розв’язність числення висловлень. Незалежність системи аксіом числення висловлень.

Тема 4. Інші аксіоматизації числення висловлень.

Модуль II.

Змістовий модуль 3.

Логіка предикатів

Тема 1. Предикати. Логічні операції над предикатами. Формули логіки предикатів. Інтерпретація формул. Логічно загальнозначущі формули.

Тема 2. Рівносильність формул. Нормальні форми. Логічне слідування. Проблема вирішення в логіці предикатів.

Тема 3. Застосування математичної логіки в логіко-математичній практиці. Подання знань за допомогою логіки предикатів.

Змістовий модуль 4.

Математичні теорії першого порядку

Тема 1. Побудова теорії першого порядку. Приклади теорій першого порядку.

Тема 2. Доведення в теоріях першого порядку. Питання несуперечності, повноти та незалежності аксіом числення предикатів.

Тема 3. Проблема вирішення для числення предикатів. Формальна арифметика. Теорема Геделя про неповноту.

Змістовий модуль 5.

Елементи теорії алгоритмів

Тема 1. Змістовне поняття алгоритму. Схема побудови алгоритмічної системи. Обчислювальні функції. Частково-рекурсивні функції. Гіпотеза Черча. Машини Тьюрінга.

Тема 2. Нормальні алгоритми Маркова. Принцип нормалізації. Рекурсивні і рекурсивно-перелічувальні множини.

Тема 3. Питання розв’язуваності алгоритмічних проблем. Алгоритмічно нерозв’язувані проблеми.

4. Структура навчальної дисципліни

На вивчення навчальної дисципліни відводиться:
90 годин /3 кредити ECTS – денна форма навчання;.
180 годин /6 кредитів ECTS – заочна форма навчання

Назви змістових модулів і тем	**Кількість годин**											
	Денна форма						**Заочна форма**					
	усього	**у тому числі**					**усього**	**у тому числі**				
		ауд.	**л**	**п**	**лаб**	**с.р.**		**ауд.**	**л**	**п**	**лаб**	**с.р.**
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Модуль 1. Алгебра висловлень												
Тема 1.1. Висловлення. Операції над висловленнями. Формули алгебри висловлень. Таблиці істинності формул. Тавтології. Рівносильність формул алгебри висловлень.	4	2	1	1		2	6,5	1,5	0,5	1		5
Тема 1.2. Проблема вирішення в алгебрі висловлень. Нормальні форми.	6	4	2	2		2	8	3	1	2		5
Тема 1.3. Булеві функції. Функціонально повні системи операцій алгебри висловлень.	4	2				2	5					5
Тема 1.4. Логічне слідування на базі алгебри висловлень. Застосування алгебри висловлень в теорії комбінаційних схем.	5	3	1	2		2	7,5	1,5	0,5	1		6
Разом за модулем 1	**17**	**9**	**4**	**5**		**8**	**27**	**6**	**2**	**4**		**21**

Продовження таблиці

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Модуль 2. Числення висловлень												
Тема 2.1. Побудова числення висловлень. Приклади доведень в численні висловлень.	5	3	1	2		2	8	3	1	2		5
Тема 2.2. Вивідність з гіпотез. Метатеорема дедукції. Зв’язок між формулами висловлень і формулами числення висловлень.	8	4	2	2		4	7,5	2,5	0,5	2		5
Тема 2.3. Несуперечність, повнота і розв’язність числення висловлень. Незалежність системи аксіом числення висловлень.	5	3	1	2		2	6,5	1,5	0,5	1		5
Тема 2.4. Інші аксіоматизації числення висловлень.	2					2	15					15
Разом за модулем 2.	**20**	**10**	**4**	**6**		**10**	**37**	**7**	**2**	**5**		**30**
Модуль 3. Логіка предикатів												
Тема 3.1. Предикати. Логічні операції над предикатами. Формули логіки предикатів. Інтерпретація формул. Логічно загальнозначущі формули.	6	4	2	2		2	13	3	1	2		10
Тема 3.2. Рівносиль-ність формул. Нормальні форми. Логічне слідування. Проблема вирішення в логіці предикатів.	8	4	2	2		4	12,5	2,5	0,5	2		10
Тема 3.3. Застосування математичної логіки в логіко - математичній практиці. Подання знань за допомогою логіки предикатів.	8	4	2	2		4	12,5	2,5	0,5	2		10
Разом за модулем 3	**22**	**12**	**6**	**6**		**10**	**38**	**8**	**2**	**6**		**30**

Продовження таблиці

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	8	9	10	11	12	13
Модуль 4. Математичні теорії першого порядку												
Тема 4.1. Побудова теорії першого порядку. Приклади теорій першого порядку**4.**.	5	1	1			4	11	1		1		10
Тема 4.2. Доведення в теоріях першого порядку. Питання несуперечності, повноти та незалежності аксіом числення предикатів.	5	1		1		4	10					10
Тема 4.3. Проблема вирішення для числення предикатів. Формальна арифметика. Теорема Геделя про неповноту.	6					6	10					10
Разом за модулем 4	**16**	**2**	**1**	**1**		**14**	**31**	**1**		**1**		**30**
Модуль 5. Елементи теорії алгоритмів												
Тема 5.1. Змістовне поняття алгоритму. Схема побудови алгоритмічної системи. Обчислювальні функції. Частково-рекурсивні функції. Гіпотеза Черча. Машини Тьюрінга.	7	3	1	2		4	17	2		2		15
Тема 5.2. Нормальні алгоритми Маркова. Принцип нормалізації. Рекурсивні і рекурсивно-перелічувальні множини.	4	-		-		4	15			-		15
Тема 5.3. Питання розв’язуваності алгоритмічних проблем. Алгоритмічно нерозв’язувані проблеми.	4					4	15					15
Разом за модулем 5	15	3	1	2		12	**47**	**2**		**2**		**45**
Усього годин	**90**	**36**	**16**	**20**		**54**	**180**	**24**	**6**	**18**		**156**

5. Теми лекцій

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		стаціонар	**заочн.**
	Модуль 1. Алгебра висловлень		
1	**Тема 1.1.** Висловлення. Операції над висловленнями. Формули алгебри висловлень. Таблиці істинності формул. Тавтології. Рівносильність формул алгебри висловлень.	1	0,5
2	**Тема 1.2.** Проблема вирішення в алгебрі висловлень. Нормальні форми.	2	1
3	**Тема 1.4.** Логічне слідування на базі алгебри висловлень. Застосування алгебри висловлень в теорії комбінаційних схем	1	0,5
	Модуль 2. Числення висловлень		
4	**Тема 2.1.** Побудова числення висловлень. Приклади доведень в численні висловлень.	1	1
5	**Тема 2.2.** Вивідність з гіпотез. Метатеорема дедукції. Зв'язок між формулами висловлень і формулами числення висловлень.	2	0,5
6	**Тема 2.3.** Несуперечність, повнота і розв'язність числення висловлень. Незалежність системи аксіом числення висловлень.	1	0,5
	Модуль 3. Логіка предикатів		
7	**Тема 3.1.** Предикати. Логічні операції над предикатами. Формули логіки предикатів. Інтерпретація формул. Логічно загальнозначущі формули.	2	1
8	**Тема 3.2.** Рівносильність формул. Нормальні форми. Логічне слідування. Проблема вирішення в логіці предикатів.	2	0,5
9	**Тема 3.3.** Застосування математичної логіки в логіко - математичній практиці. Подання знань за допомогою логіки предикатів.	2	0,5
	Модуль 4. Математичні теорії першого порядку		
10	**Тема 4.1.** Побудова теорії першого порядку. Приклади теорій першого порядку**.**	1	-
	Модуль 5. Елементи теорії алгоритмів		
11	**Тема 5.1.** Змістовне поняття алгоритму. Схема побудови алгоритмічної системи. Обчислювальні функції. Частково-рекурсивні функції. Гіпотеза Черча. Машини Тьюрінга.	1	-
	Разом	**16**	**6**

6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		стаціонар	**заочн.**
	Модуль 1. Алгебра висловлень		
Т.1.1	Висловлення. Операції над висловленнями. Формули алгебри висловлень.	1	1
Т.1.2	Проблема вирішення в алгебрі висловлень. Нормальні форми.	2	2
Т.1.3	Логічне слідування на базі алгебри висловлень. Логічні задачі.	2	1
.	**Модуль 2. Числення висловлень**		
Т.2.1	Приклади доведень в численні висловлень.	2	2
Т.2.2	Формальна вивідність. Зв’язок між формулами висловлень і формулами числення висловлень.	2	2
Т.2.3	Несуперечність, повнота і розв’язність числення висловлень. Незалежність системи аксіом числення висловлень.	2	1
	Модуль 3. Логіка предикатів		
Т.3.1	Формули логіки предикатів. Інтерпретація формул. Логічно загальнозначущі формули.	2	2
Т.3.2	Рівносильність формул. Нормальні форми.	2	2
	Логічне слідування. Проблема вирішення в логіці предикатів.		
Т.3.3	Застосування математичної логіки в логіко-математичній практиці	2	2
	Модуль 4. Математичні теорії першого порядку		
Т.4.2	Доведення в теоріях першого порядку. Питання несуперечності, повноти та незалежності аксіом числення предикатів.	1	1
	Модуль 5. Елементи теорії алгоритмів		
Т.5.1	Обчислювальні функції. Частково-рекурсивні функції. Гіпотеза Черча.	2	2
	Машини Тьюрінга. Операції з машинами. Гіпотеза Тюрінга. Універсальна машина Тюрінга.		
	Разом	**20**	**18**

7. Лабораторні роботи навчальним планом не передбачено

8. Самостійна робота

Самостійна робота студентів з дисципліни складається з таких видів роботи:
- підготовка до аудиторних занять;

- виконання практичних завдань протягом семестру;
- самостійне опрацювання окремих тем навчальної дисципліни згідно з робочою програмою;
- пошук додаткової інформації щодо окремих питань курсу; написання рефератів;
- підготовка до всіх видів контролю (контрольних робіт, заліку, іспиту).

№ з/п	Назва теми	Години	
		стац	**заоч**
	Модуль 1. Алгебра висловлень		
1.	Доведення основних опорних фактів теми. Самостійне розв'язування завдань.	8	21
	Модуль 2. Числення висловлень		
2.	Доведення основних опорних фактів теми. Самостійне розв'язування завдань.	10	30
	Модуль 3. Логіка предикатів		
3.	Доведення основних опорних фактів теми. Самостійне розв'язування завдань.	10	30
	Модуль 4. Математичні теорії першого порядку		
4.	Доведення основних опорних фактів теми. Самостійне розв'язування завдань.	14	30
	Модуль 5. Елементи теорії алгоритмів		
5.	Доведення основних опорних фактів теми. Самостійне розв'язування завдань.	12	45
	Разом	**54**	**156**

8.1. Приклади завдань для організації самостійної роботи бакалаврантів:

ВАРІАНТ № 1

1. Скласти таблицю істинності:

$$\boldsymbol{F(X,Y,Z) = \left((X \Rightarrow \overline{Y}) \vee Z\right) \wedge \left(\overline{(X \wedge Y)} \Leftrightarrow \overline{Z}\right)}$$

2. Довести, що формула є тавтологією алгебри висловлень:

$$\boldsymbol{\left(\left((P \wedge Q) \Rightarrow R\right) \wedge (\overline{R} \Rightarrow Q)\right) \Rightarrow (P \Rightarrow Q)}$$

3. Формулу $\boldsymbol{F(X,Y,Z)}$ із завдання №1 рівносильними перетвореннями приведіть спочатку до досконалої диз'юнктивної нормальної форми, а потім до досконалої кон'юнктивної нормальної форми.

4. Використовуючи досконалу диз'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, яка набуває значення 1 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(0,0,1,1)=F(1,0,0,1)=F(0,1,0,0)=F(0,0,1,0)=1

5. Використовуючи досконалу кон'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, яка набуває значення 0 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(0,0,1,1)=F(1,0,0,1)=F(0,1,0,0)=F(0,0,1,0)=0

6. Йде чемпіонат школи по гімнастиці. Вболівальники гаряче обговорюють хід боротьби і висловлюють не мало пропозицій про майбутніх переможців:

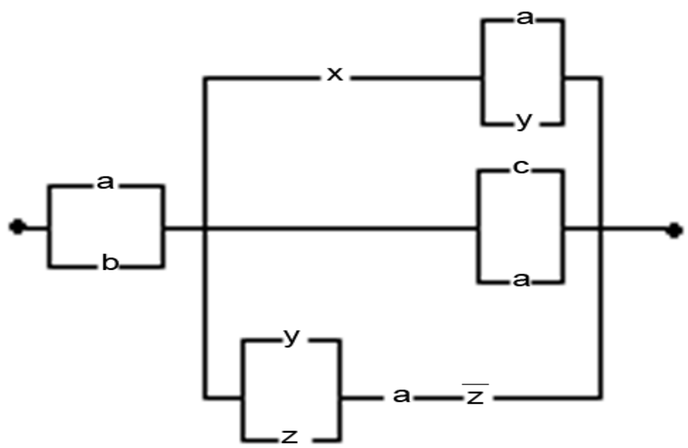
\- Першою буде Наташа, а Майя буде другою, – сказав Сергій.

\- Ні, Ліда посяде друге місце, а Рита буде четвертою, – заперечив Вова.

\- Другою буде Наташа, а Рита – третьою, - авторитетно заявив Толя.

Коли змагання закінчилися, виявилось, що кожен з хлопчиків помилився один раз. Які місця в змаганнях посіли Наташа, Майя, Ліда, Рита?

7. Спростіть релейно-контактну схему:



8. Довести формально, використовуючи МТД:

$$\vdash (\boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{B} \Rightarrow \boldsymbol{C}) \Rightarrow (\boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{B} \Rightarrow \boldsymbol{B} \wedge \boldsymbol{C})$$

9. Довести, що формули логіки предикатів $\forall \boldsymbol{x}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \Rightarrow \forall \boldsymbol{y}\, \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{y}))$ і $\forall \boldsymbol{x}\, \forall \boldsymbol{y}\, (\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \Rightarrow \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{y}))$ є рівносильними.

ВАРІАНТ № 2

1. Скласти таблицю істинності:

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}, \boldsymbol{Z}) = (\boldsymbol{X} \wedge \boldsymbol{Y} \wedge \boldsymbol{Z}) \vee ((\boldsymbol{X} \Rightarrow \overline{\boldsymbol{Y}}) \wedge \overline{\boldsymbol{Z}})$$

2. Довести, що наступна формула є тавтологією алгебри висловлень:

$$\left((\boldsymbol{P} \Rightarrow \boldsymbol{R}) \wedge (\boldsymbol{Q} \Rightarrow \boldsymbol{S}\right) \wedge (\overline{\boldsymbol{R}} \wedge \overline{\boldsymbol{S}})) \Rightarrow (\overline{\boldsymbol{P}} \vee \overline{\boldsymbol{Q}})$$

3. Формулу $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}, \boldsymbol{Z})$ із завдання №1 рівносильними перетвореннями приведіть спочатку до досконалої диз’юнктивної нормальної форми, а потім до досконалої кон’юнктивної нормальної форми:

4. Використовуючи досконалу диз'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, яка набуває значення 1 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

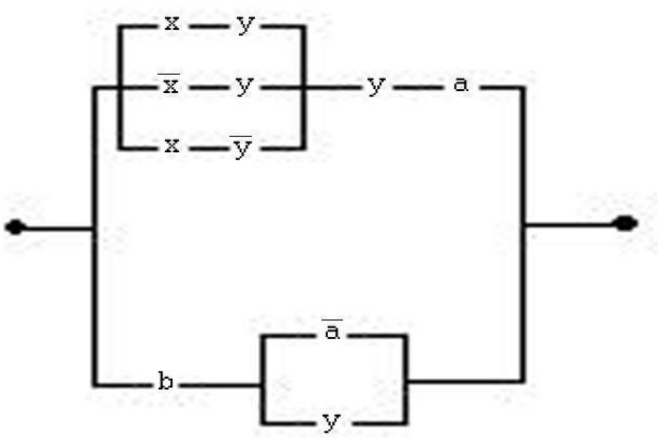
F(1,0,0,0)=F(0,1,0,0)=F(0,0,1,0)=F(0,0,0,1)= F(0,1,1,0)=1

5. Використовуючи досконалу кон'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, яка набуває значення 0 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(1,0,0,0)=F(0,1,0,0)=F(0,0,1,0)=F(0,0,0,1)= F(0,1,1,0)=0

6. Чотири учениці - Аніта, Бригіта, Крiста і Дана - закінчили між собою змагання. На питання, хто яке місце посів, отримані такі висловлення:
«Аніта перемогла, а Бригіта зайняла друге місце»
«Аніта зайняла друге місце, а Кріста - третє»
«Дана зайняла друге місце, а Кріста - четверте»
Як з'ясувалося пізніше, в кожному з висловлень одне твердження правильне, а інше помилкове. Яке місце зайняла кожна з дівчаток?

7. Спростіть наступну релейно-контактну схему:



8. Довести формально, використовуючи МТД:

$$\vdash (\boldsymbol{A} \Rightarrow \boldsymbol{B}) \Rightarrow (\boldsymbol{A} \Rightarrow (\boldsymbol{B} \Rightarrow \boldsymbol{A}) \wedge \boldsymbol{A})$$

9. Довести, що формули ЛП $\exists \boldsymbol{x}\, \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \wedge \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{y})$ і $\exists \boldsymbol{x}\, (\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \wedge \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{y}))$ - логічно еквівалентні.

ВАРІАНТ № 3

1. Скласти таблицю істинності:

$$F(X,Y,Z) = \left(\left(\overline{X \Leftrightarrow (Y \vee \overline{Z})}\right) \wedge \overline{X}\right) \Rightarrow \left(\overline{(X\overline{Y})} \Leftrightarrow Z\right)$$

2. Довести, що наступна формула є тавтологією алгебри висловлень:

$$\left((P \Rightarrow Q) \wedge (R \Rightarrow S) \wedge (P \vee R)\right) \wedge \overline{(Q \wedge S)}) \Rightarrow ((Q \Rightarrow P) \wedge (S \Rightarrow R))$$

3. Формулу ***F*(*X*,*Y*,*Z*)** із завдання №1 рівносильними перетвореннями приведіть спочатку до досконалої диз'юнктивної нормальної форми, а потім до досконалої кон'юнктивної нормальної форми.

4. Використовуючи досконалу диз'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, яка набуває значення 1 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(1,1,1,0)=F(1,1,0,1)=F(1,0,1,1)=F(0,1,1,1)= F(1,0,0,1)=1

5. Використовуючи досконалу кон'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, яка набуває значення 0 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

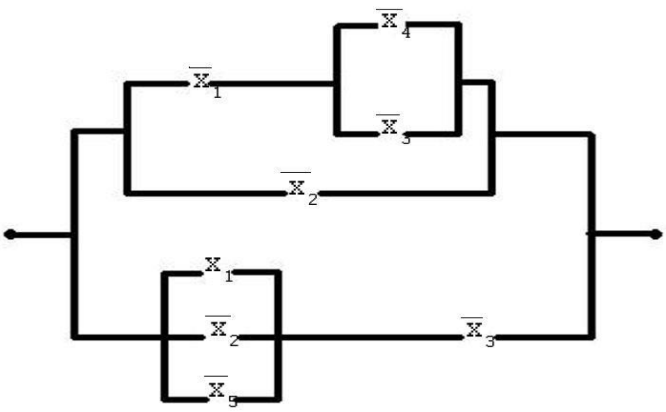
F(1,1,1,0)=F(1,1,0,1)=F(1,0,1,1)=F(0,1,1,1)= F(1,0,0,1)=0

6. На змаганнях з марафонського бігу було висловлено два прогнози про місця, які займуть спортсмени Іванов, Петров і Сидоров, які реально претендують на призові місця:

«Сидоров буде першим, Іванов - другим, а Петров - третім»;
«Переможе Іванов, Петров прийде другим, а Сидоров буде третім».

Після закінчення змагання виявилось, що три фаворити дійсно зайняли три перших місця, але обидва передбачення виявилися помилковими. Ні в одному з передбачень жодне з місць не було названо правильно. Яке місце зайняв кожен із спортсменів?

7. Спростіть наступну релейно-контактну схему:



8. Обґрунтувати вивідність $A \Rightarrow (B \Rightarrow C), B, A \vdash D \Rightarrow C$

9. Довести, що формули ЛП $\exists x\,(P(x)) \Rightarrow Q(y)$ і $\exists x\,(P(x) \Rightarrow Q(y))$ є логічно еквівалентними.

ВАРІАНТ № 4

1. Скласти таблицю істинності:

$$F(X,Y,Z) = X \vee (Y \Rightarrow Z)$$

2. Довести, що наступна формула є тавтологією алгебри висловлень:

$$\big((P \Rightarrow Q) \wedge (R \Rightarrow S) \wedge (P \vee R)\big) \Rightarrow (Q \vee S)$$

3. Формулу $F(X,Y,Z)F(X,Y,Z)$ із завдання №1 рівносильними перетвореннями приведіть спочатку до досконалої диз'юнктивної нормальної форми, а потім до досконалої кон'юнктивної нормальної форми.

4. Використовуючи досконалу диз'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, яка набуває значення 1 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(1,1,0,0)=F(1,0,0,1)=F(0,0,1,1)=F(1,0,1,0)= F(0,1,0,1)=1

5. Використовуючи досконалу кон'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, яка набуває значення 0 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(1,1,0,0)=F(1,0,0,1)=F(0,0,1,1)=F(1,0,1,0)= F(0,1,0,1)=0

6. Чотири команди - «Артек», «Вимпел», «Сокіл», «Метеор» - в спортивних змаганнях зайняли чотири перші місця, причому жодного місця не було розділено між командами. Про зайняті командами місця отримано три вислови:

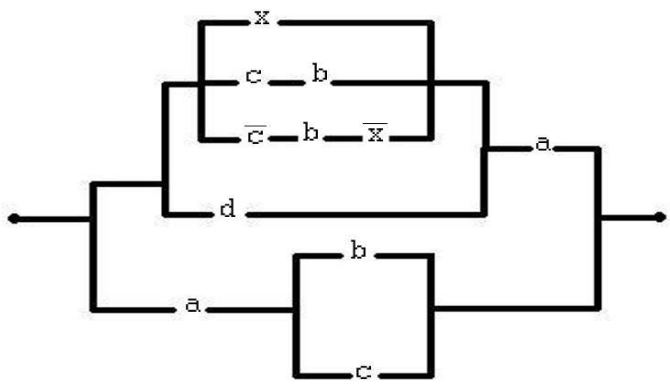
«Друге місце зайняв «Сокіл», а «Метеор» третє»

«Переможець «Сокіл», а «Вимпел» був другим»

«Друге місце зайняв «Артек», а «Метеор» був останнім»

Яке місце зайняла кожна команда, якщо відомо, що в кожному з висловлень одне твердженнявірне, а інше помилкове?

7. Спростіть наступну релейно-контактну схему:



8. Довести формально теорему, використавши МТД$_1$:

$\vdash ((A \Rightarrow B) \Rightarrow A) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow B)$.

9. Довести рівносильність: $\forall x\,(P(x)) \vee Q(y) \equiv \forall x(P(x) \vee Q(y))$.

ВАРІАНТ № 5

1. Скласти таблицю істинності:

$$F(X,Y,Z) = \overline{[((\overline{Y} \vee \overline{Z}) \Leftrightarrow X) \wedge (\overline{X} \wedge (Y \Rightarrow \overline{Z}))]}$$

2. Довести, що наступна формула є тавтологією алгебри висловлень:

$$(P \Rightarrow Q) \Rightarrow \{(R \Rightarrow \overline{Q}) \Rightarrow [((S \Rightarrow \overline{P}) \Rightarrow R) \Rightarrow ((\overline{T} \vee P) \Rightarrow (T \Rightarrow S))]\}$$

3. Формулу $F(X,Y,Z)$ із завдання №1 рівносильними перетвореннями приведіть спочатку до досконалої диз'юнктивної нормальної форми, а потім до досконалої кон'юнктивної нормальної форми.

4. Використовуючи досконалу диз’юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, яка набуває значення 1 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(0,0,0,0)=F(1,0,1,1)=F(0,0,0,1)=F(1,0,0,0)= F(1,1,1,1)=1

5. Використовуючи досконалу кон’юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, яка набуває значення 0 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

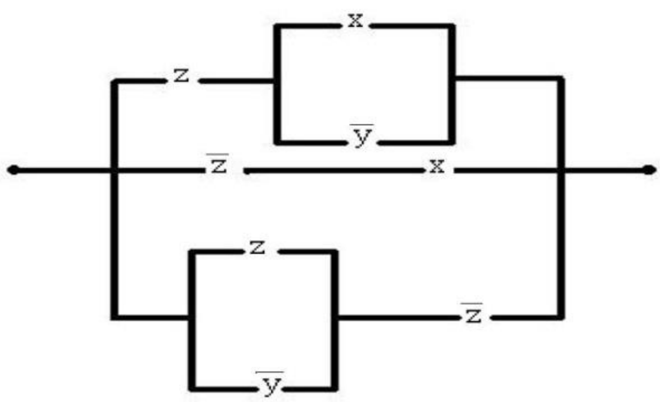
F(0,0,0,0)=F(1,0,1,1)=F(0,0,0,1)=F(1,0,0,0)= F(1,1,1,1)=0

6. Перед початком забігів глядачі обговорювали скакові можливості трьох кращих коней з прізвиськами «Арбек», «Вітер», «Стрілець».

- Переможе Арбек або Стрілець, - сказав один уболівальник.
- Якщо Арбек буде другим, то перемогу принесе Вітер, - сказав інший уболівальник.
- Другим прийде або Вітер, або Арбек, - сказав третій уболівальник
- Якщо Арбек прийде другим, то Стрілець не переможе, - Сказав четвертий.

Після забігу з’ясувалося, що три жеребці - Арбек, Вітер, Стрілець - зайняли три перші місця, і всі чотири передбачення були правильними. Як закінчився забіг?

7. Спростіть наступну релейно-контактну схему:



8. Довести теорему з використанням вивідності:

$$\vdash \boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{C} \Rightarrow \big((\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B}) \Rightarrow \boldsymbol{C}\big) \Rightarrow (\overline{\boldsymbol{C}} \Rightarrow \overline{(\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B})}))$$

9. Довести, що формули ЛП $\forall \boldsymbol{x}\,(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})) \Rightarrow \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{y})$ і $\exists \boldsymbol{x}\,(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \Rightarrow \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{y}))$ є логічно еквівалентними.

ВАРІАНТ № 6

1. Скласти таблицю істинності:

$$F(X,Y,Z) = (X \wedge Y \wedge Z) \vee \overline{X} \vee (X \wedge \overline{Y}) \vee (X \wedge Y \wedge \overline{Z})$$

2. Довести, що наступна формула є тавтологією алгебри висловлень:

$$(P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (P \Rightarrow R))$$

3. Формулу $F(X,Y,Z)$ із завдання №1 рівносильними перетвореннями приведіть спочатку до досконалої диз'юнктивної нормальної форми, а потім до досконалої кон'юнктивної нормальної форми.

4. Використовуючи досконалу диз'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловів від чотирьох змінних, яка набуває значення 1 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(0,1,0,1)=F(1,0,1,0)=F(1,0,0,0)=F(1,1,1,0)= F(1,1,1,1)=1

5. Використовуючи досконалу кон'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, яка набуває значення 0 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

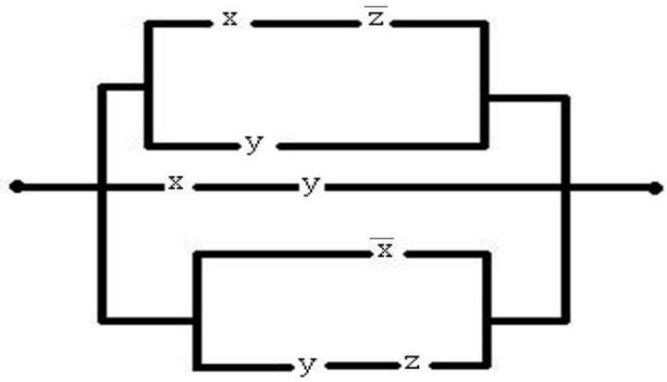
F(0,1,0,1)=F(1,0,1,0)=F(1,0,0,0)=F(1,1,1,0)= F(1,1,1,1)=0

6. Один з трьох братів - Вітя, Толя, Коля - розбив вікно. У розмові беруть участь ще двоє братів, Андрій і Діма:

- Це міг зробити тільки Вітя або Толя, - сказав Андрій.
- Я вікно не розбивав, - заперечив Вітя і Коля теж.
- Ні, Толя, один з них сказав правду, а інший сказав неправду, - заперечив Діма.
- Ти, Діма, не маєш рації, - втрутився Коля.

Їх батько, якому, звичайно, можна довіряти, упевнений, що троє братів сказали правду. Хто розбив вікно?

7. Спростіть наступну релейно-контактну схему:



8. Довести теорему з використанням вивідності:

$$\vdash (A \wedge \overline{B} \Rightarrow \overline{A}) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$$

9. Довести, що формула логіки предикатів $\exists y\, \forall x\, F(x,y) \Rightarrow \forall x\, \exists y\, F(x,y)$ є ЛЗЗ, а обернена імплікація – ні.

ВАРІАНТ № 7

1. Скласти таблицю істинності:

$$F(X,Y,Z) = ((\overline{X} \wedge \overline{Z}) \vee (X \wedge Z)) \wedge \overline{Y}$$

2. Довести, що наступна формула є тавтологією алгебри висловлень:

$$[(P \Rightarrow Q)(P \Rightarrow \overline{Q})] \Rightarrow \overline{P}$$

3. Формулу $F(X,Y,Z)$ із завдання №1 рівносильними перетвореннями приведіть спочатку до досконалої диз'юнктивної нормальної форми, а потім до досконалої кон'юнктивної нормальної форми.

4. Використовуючи досконалу диз'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, яка набуває значення 1 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(1,1,0,0)=F(0,1,1,0)=F(1,0,1,1)=F(1,0,0,1)= F(1,0,0,0)=1

5. Використовуючи досконалу кон'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, яка набуває значення 0 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(1,1,0,0)=F(0,1,1,0)=F(1,0,1,1)=F(1,0,0,1)= F(1,0,0,0)=0

6. Один з чотирьох хлопчиків зіпсував вимикач. На питання: «Хто це зробив?»- були отримані такі відповіді:

«Це зробив або Мишко, або Толя»

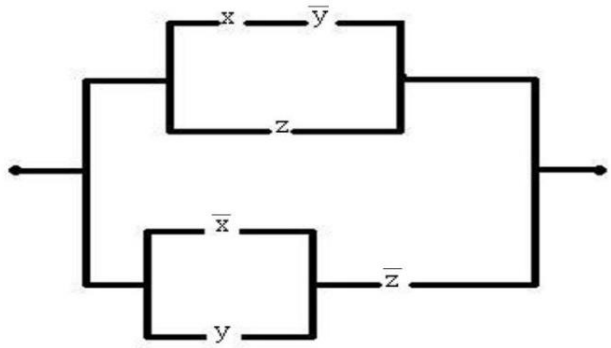
«Це зробив або Вітя, або Толя»

«Це не могли зробити ні Толя, ні Мишко»

«Це зробив або Вітя, або Мишко»

Чи можна за цими даними встановити, хто винен в поломці вимикача, якщо з чотирьох висловлювань три висловлення істинні?

7. Спростіть релейно-контактну схему:



8. Формально довести формулу: $(\boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{C}) \vee (\boldsymbol{B} \wedge \boldsymbol{C}) \Rightarrow \boldsymbol{C}$

9. Показати, що формула логіки предикатів

$\left(\exists \boldsymbol{x}\, \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \Rightarrow \exists \boldsymbol{x}\, \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})\right) \Rightarrow \exists \boldsymbol{x}\, (\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \Rightarrow \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))$ є тотожно істиною, тоді як обернена до неї імплікація не буде такою.

ВАРІАНТ № 8

1. Скласти таблицю істинності:

$$\boldsymbol{F(X,Y,Z) \equiv (X \wedge Y) \Rightarrow (X \wedge \overline{Z})}.$$

2. Довести, що наступна формула є тавтологією алгебри висловлень:

$$\boldsymbol{(P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow (P \Rightarrow R))}.$$

3.Формулу $\boldsymbol{F(X,Y,Z)}$ із завдання №1 рівносильними перетвореннями приведіть спочатку до досконалої диз'юнктивної нормальної форми, а потім до досконалої кон'юнктивної нормальної форми.

4.Використовуючи досконалу диз'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, що набуває значення 1 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(1,1,1,0)=F(1,1,0,1)=F(1,0,1,1)=F(0,1,1,1)= F(1,1,1,1)=1.

5. Використовуючи досконалудовершену кон'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, що набуває значення 0 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(1,1,1,0)=F(1,1,0,1)=F(1,0,1,1)=F(0,1,1,1)= F(1,1,1,1)=0.

6. Чотири друга - Алекс (А), Боб (В), Зігмунд (З), Джордж (Д) - вирішили провести свою відпустку в СНГ, в чотирьох різних містах: Харкові, Мінську, Києві і Ташкенті. У яке місто повинен поїхати кожен з них, якщо є такі обмеження:

1) Якщо А не їде до Харкова, то З їде до Мінська.

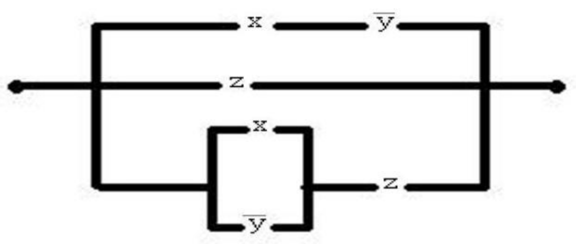
2) Якщо В не їде ні до Харкова, ні до Ташкента, то А їде до Харкова.

3) Якщо З не їде до Ташкента, то В їде до Києва.

4) Якщо Д не їде до Харкова, то В їде до Харкова.

5) Якщо Д не їде до Мінська, то В не їде до Харкова.

7. Спростіть наступну релейно-контактну схему:



8. Довести формально формулу: $\boldsymbol{A} \wedge \boldsymbol{B} \Rightarrow (\boldsymbol{A} \Rightarrow \boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{C})$.

9. Довести, що формула логіки предикатів

$\exists\, x\, (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow (\forall\, x\, P(x) \Rightarrow \exists\, x\, Q(x))$

є тотожно істиною. Чи буде такою обернена до неї імплікація?

ВАРІАНТ № 9

1. Скласти таблицю істинності:

$$F(X,Y,Z) \equiv (\overline{X} \Rightarrow Y \vee Z) \wedge (Y \Rightarrow X \vee \overline{Z}).$$

2. Довести, що наступна формула є тавтологією алгебри висловлень:

$$(P \Rightarrow R) \Rightarrow ((P \vee Q) \Rightarrow (R \vee Q)).$$

3.Формулу $F(X,Y,Z)$ із завдання №1 рівносильними перетвореннями приведіть спочатку до досконалої диз'юнктивної нормальної форми, а потім до досконалої кон'юнктивної нормальної форми.

4. Використовуючи досконалу диз'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, що набуває значення 1 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(0,1,0,1)=F(1,0,1,0)=F(1,1,0,1)=F(0,0,1,1)= F(0,0,1,0)=1.

5. Використовуючи досконалу кон'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, що набуває значення 0 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

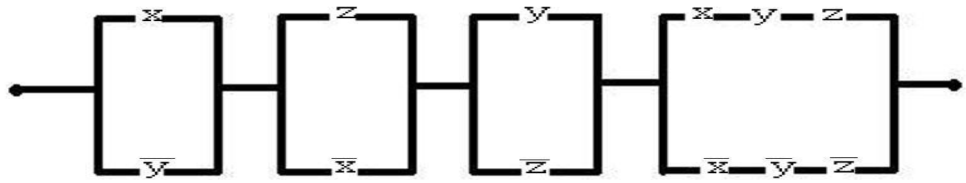
F(0,1,0,1)=F(1,0,1,0)=F(1,1,0,1)=F(0,0,1,1)= F(0,0,1,0)=0.

6. Йде фінал кубку по футболу. Уболівальники висловлюють свої пропозиції щодо майбутніх переможців.

- Перше місце займе Динамо, а Дніпро буде другим, – сказав Сергій.
- Ні, Чорноморець буде четвертим, а Шахтар буде другим, – заперечив Вова.
- Другим буде Динамо, а Чорноморець – третім, – авторитетно заявив Толя.

Коли змагання закінчилися, виявилось, що кожен з хлопчиків помилявся 1 раз. Які місця в змаганнях зайняли Динамо, Дніпро, Шахтар, Чорноморець?

7. Спростіть наступну релейно-контактну схему:



8. Довести формально: $\overline{(B \Rightarrow A)} \Rightarrow \overline{A}$.

9. Довести, що формула логіки предикатів

$\forall x\ (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow (\exists\ x\ P(x) \Rightarrow \exists\ x\ Q(x))$ є ЛЗЗ. Чи буде такою обернена імплікація?

ВАРІАНТ № 10

1. Скласти таблицю істинності:

$$F(X,Y,Z) \equiv (X \Rightarrow Y) \wedge (\overline{X} \Rightarrow (Y \wedge \overline{Z}).$$

2. Довести, що наступна формула є тавтологією алгебри висловлень:

$$(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow ((P \Rightarrow Q) \Rightarrow (P \Rightarrow R)).$$

3. Формулу $F(X,Y,Z)$ із завдання №1 рівносильними перетвореннями приведіть спочатку до досконалої диз'юнктивної нормальної форми, а потім до досконалої кон'юнктивної нормальної форми.

4. Використовуючи досконалу диз'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, що набуває значення 1 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(1,0,1,0)=F(0,0,1,1)=F(0,0,1,0)=F(1,0,0,0)= F(1,1,1,0)=1.

5. Використовуючи досконалу кон'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, що набуває значення 0 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(1,0,1,0)=F(0,0,1,1)=F(0,0,1,0)=F(1,0,0,0)= F(1,1,1,0)=0.

6. Чотири учня – Олексій, Борис, Віталій і Денис – закінчили між собою шаховий турнір. На питання, хто яке місце хто зайняв, пояснили:

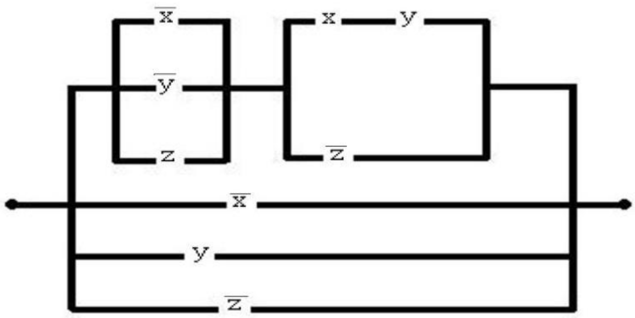
«Денис зайняв друге місце, а Віталій – четверте»;

«Олексій переміг, а Борис зайняв друге місце»;

«Олексій зайняв друге місце, а Віталій – третє».

Як з'ясувалося пізніше, в кожному зі сказаного одне твердження правильне, а інше помилкове. Яке місце зайняв кожен з хлопців?

7. Спростіть наступну релейно-контактну схему:



8. Довести теорему: $\vdash$ **(*B* => *A* ∨ *C*) => (*A* ∨ *B* => *A* ∨ *C*).**

9. Довести чи спростувати твердження про те, що формула є тотожно істиною:

$$\exists x\, P(x) \wedge \forall x\, (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow \exists x\, Q(x).$$

ВАРІАНТ № 11

1. Скласти таблицю істинності:

$$F(X,Y,Z) \equiv \overline{Y} \vee (Z \Rightarrow X \wedge Y) \wedge X.$$

2. Довести, що наступна формула є тавтологією алгебри висловлень:

$$(P \Rightarrow R) \Rightarrow ((Q \Rightarrow R) \Rightarrow ((P \vee Q) \Rightarrow R)).$$

3. Формулу $F(X,Y,Z)$ із завдання №1 рівносильними перетвореннями приведіть спочатку до досконалої диз'юнктивної нормальної форми, а потім до досконалої кон'юнктивної нормальної форми.

4. Використовуючи досконалу диз'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, що набуває значення 1 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(1,0,1,0)=F(1,1,1,1)=F(0,0,1,1)=F(0,1,0,1)= F(0,0,1,0)=1.

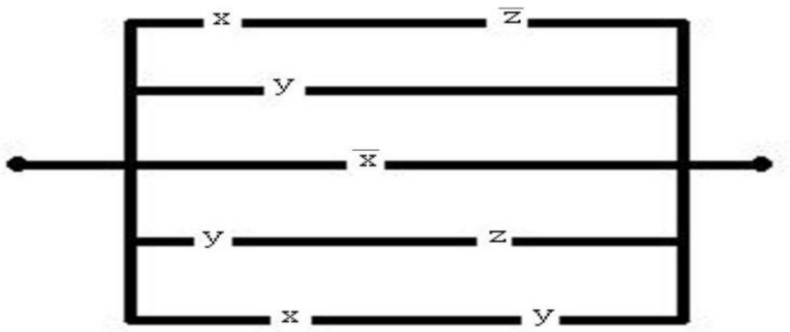
5. Використовуючи досконалу кон'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, що набуває

значення 0 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(1,0,1,0)=F(1,1,1,1)=F(0,0,1,1)=F(0,1,0,1)= F(0,0,1,0)=0.

6. На марафонській дистанції було висловлено два прогнози про місця, які займуть спортсмени Іванов, Петров і Сидоров, що претендують на призові місця:
«Сидоров буде першим, Іванов – другим, а Петров – третім»
«Переможе Іванов, Петров прийде другим, а Сидоров буде третім».
Після закінчення змагання виявилось, що три фаворити дійсно зайняли три перших місця, але обидва передбачення виявилися помилковими. Ні у одному з передбачень жодне з місць не було названо правильно. Яке місце зайняв кожен із спортсменів?

7. Спростіть наступну релейно-контактну схему:



8. Довести теорему: $\vdash B \Rightarrow ((C \Rightarrow D) \Rightarrow (\overline{D} \Rightarrow \overline{C}))$.

9. Показати, що одна з формул логіки предикатів:
1) $\forall x\, (P(x) \Rightarrow P(y))$; 2) $\forall x\, (P(x)) \Rightarrow P(y)$;
є тотожно істиною, а друга – ні.

ВАРІАНТ № 12

1. Скласти таблицю істинності:

$$F(X,Y,Z) \equiv (X \vee Y \wedge \overline{Z} \Rightarrow X \wedge \overline{Y}) \wedge X.$$

2. Довести, що наступна формула є тавтологією алгебри висловлень:

$$((P \Rightarrow Q) \wedge (R \Rightarrow Q)) \wedge (((P \vee R) \Rightarrow Q).$$

3. Формулу $F(X,Y,Z)$ із завдання №1 рівносильними перетвореннями приведіть спочатку до досконалої диз'юнктивної нормальної форми, а потім до досконалої кон'юнктивної нормальної форми.

4. Використовуючи досконалу диз'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, що набуває значення 1 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(0,0,0,0)=F(1,1,0,1)=F(1,0,1,0)=F(0,1,0,1)= F(1,0,0,0)=1.

5. Використовуючи досконалу кон'юнктивну нормальну форму, знайдіть найбільш просту формулу алгебри висловлень від чотирьох змінних, що набуває значення 0 на наступних наборах значень змінних, і лише на них:

F(0,0,0,0)=F(1,1,0,1)=F(1,0,1,0)=F(0,1,0,1)= F(1,0,0,0)=0.

6. Один з трьох братів поставив на скатертину пляму.

- Вітя не ставив пляму, - сказав Альоша, - це зробив Боря.

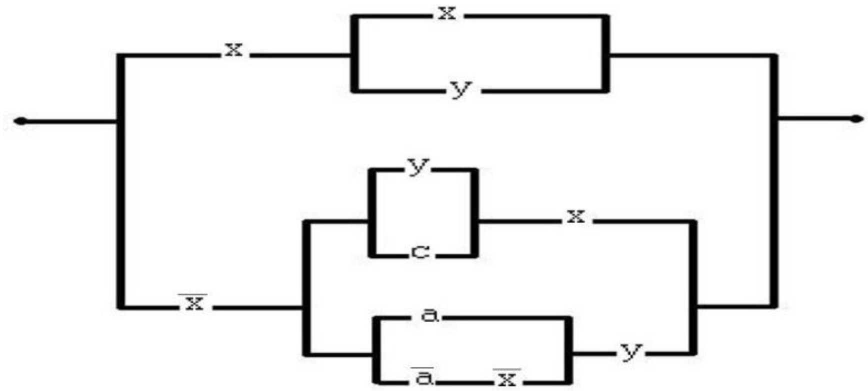
- Ну, а ти що скажеш?- запитала бабуся Борю.

- Це Вітя поставив пляму, - сказав Боря - А Альоша не бруднив скатертину.

- Я знаю, що Боря не міг це зробити. А я сьогодні не готував уроки, - сказав Вітя.

Виявилось, що двоє хлопчиків в кожному з двох випадків сказали правду, а один обидва рази сказав неправду. Хто поставив на скатертину пляму?

7. Спростіть наступну релейно-контактну схему:



8. Довести формально: $\vdash (B \Rightarrow A) \Rightarrow (A \vee B \Rightarrow A)$.

9. Показати, що одна з формул: а) $\exists x\, (P(x) \Rightarrow P(y))$; **б)** $\exists x\, (P(x)) \Rightarrow P(y)$ є ЛЗЗ, а друга – ні.

8.2. Приклади завдань для індивідуальної роботи.

8.2.1. Написання і захист рефератів за темами:

1 . Предмет математичної логіки
2 . Поняття , експлікації , судження і умовиводи
3 . Логічні та семантичні парадокси
4 . Теоретико-множинні операції
5 . Континуум
6 . Логіко-математична мова
7 . Квантори
8 . Принцип дедукції
9 . Формальний висновок і розв’язувана формула
10. Метод резолюцій
11. Діаграми Венна
12. Модальна логіка
13. Темпоральна і нечітка логіка
14. Нечіткі множини
15. Нечіткі відношення
16. Лінгвістична змінна
17. Синтаксичні та семантичні правила
18. Логіко-лінгвістичний підхід
19. Аксіоматичний метод
20. Аксіоматико-дедуктивний метод в математиці
21. Неформальна аксіоматика
22. Програма Гілберта
23. Поняття про метамову і метатеоріі
24. Формальні системи
25. Формалізація теорії , інтерпретація і представлення системи
26. Фрази
27. Граматики
28. Фінітні й дефінітні методи
29. Етапи становлення математичної логіки
30. Логіка Аристотеля

8.2.2. Приклади задач для індивідуального розв’язання:

Варіант №1

1. Спростити формулу: $\left(\overline{C \Rightarrow \overline{B}}\right) \vee \overline{B} A \vee B \overline{C} \Rightarrow \overline{B}$

2. Побудувати таблицю істинності для формули

   $(P \Leftrightarrow Q) \Leftrightarrow ((P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P))$ і визначити, до якого класу вона відноситься.

3. Привести формулу до ДКН $\overline{(\bar{X} \vee \bar{Y})} \wedge (X \Rightarrow (Y \wedge Z))$

4. Перевірити правильність міркування:

   1) Якщо паралелограм прямокутник, то його діагоналі рівні;

   2) Діагоналі паралелограма – рівні. Отже, паралелограм – прямокутник.

5. Довести формально, використовуючи МТД:

   $\vdash ((B \Rightarrow A) \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$

6. Довести, що формули логіки предикатів

   $\exists x\ (P(x) \vee Q(y))$ і $\exists x\ P(x) \vee \exists x Q(y)$ є рівносильними.

Варіант № 2

1.Спростити формулу : $AB \vee A\overline{\tilde{N}} \vee (\overline{A} \Rightarrow B) \vee A \vee B\overline{\tilde{N}}$

2. Побудувати таблицю істинності для формули

$\left(P \wedge (Q \vee R)\right) \Leftrightarrow \left((P \wedge Q) \vee (P \wedge R)\right)$ і визначити до якого класу вона відноситься

3. Привести формулу до ДКН-форми: $x \wedge \overline{\left(\bar{y} \wedge \left(z \Rightarrow (x \Leftrightarrow y)\right)\right)}$

4. Перевірити правильність міркування:

1. Василь пішов у кіно , якщо він виконав домашнє завдання.
2. Василь пішов у кіно. Отже, Василь виконав домашнє завдання .

5. Довести формально, використавши МТД: $\vdash (A \Rightarrow (B \vee C \Rightarrow A \vee C)$

6. Довести, що формули логіки предикатів $\exists x\left(P(x)\right) \Rightarrow Q(y)$ **і** $\forall x\left(P(x) \Rightarrow Q(y)\right)$ є логічно еквівалентними.

Варіант № 3

1. Спростити формулу: $\left(A \vee (B \Rightarrow C)\right)(A \vee B \vee C)(A \vee C \vee D)$

2. Побудувати таблицю істинності для формули $(\left(P \vee \overline{Q}\right) \Rightarrow Q) \wedge (\overline{P} \vee Q)$ і визначити, до якого класу вона відноситься.

3. Звести формулу алгебри висловлень до ДКНФ

$$x \wedge \overline{\left(\overline{y} \wedge \left(z \Rightarrow \left(x \Leftrightarrow y\right)\right)\right)}$$

4. Перевірити правильність міркування:

1). Якщо Наталка прочитала книгу, то вона передала цю книгу подрузі.

2). Наталка не прочитала книгу. Отже, Наталка не передала цієї книги подружці.

5. Обґрунтувати вивідність: $A \wedge B \ \vdash A \Rightarrow B$

6. Довести, що формули логіки предикатів $\exists x\left(P\left(x\right)\right) \Rightarrow P\left(y\right)$ і $\forall x\left(P\left(x\right) \Rightarrow P\left(y\right)\right)$ є логічно еквівалентними.

Варіант №4

1.Спростити формулу: $(A \vee B)(B \Rightarrow A) \vee BC \vee A\overline{B} \vee B\overline{C}$

2. Побудувати таблицю істинності для формули $\overline{(P \vee Q)} \Leftrightarrow (\overline{P} \wedge \overline{Q})$ і визначити, до якого класу вона відноситься

3. Привести формулу до ДДН-форми: $(X \Leftrightarrow Z) \Rightarrow (X \Rightarrow \overline{Y})$.

4. Перевірити правильність міркування:

1. Для того, щоб число *e* не було ірраціональним,необхідно, щоб число *e* не було трансцендентним.
2. *e* – число трансцендентне. Отже, *e* – число ірраціональне

5. Довести формально теорему, використовуючи МТД :

$$\vdash (A \Rightarrow C) \Rightarrow (A \Rightarrow (A \vee C))$$

6. Довести рівносильність: $\forall x\ (P(x)) \wedge Q(y) \equiv \forall x\ (\ P(x) \wedge Q(y))$

Варіант №5

1. Спростити формулу: $(A \Rightarrow B)(A \vee BC)(A \Rightarrow C) \vee \overline{C}$

2. Побудувати таблицю істинності для формули $X \vee (Y \Rightarrow (Z \Leftrightarrow (X \wedge Y)))$ і визначити, до якого класу вона відноситься.

3. Привести формулу до ДКН форми: $\overline{(\bar{X} \vee \bar{Y})} \wedge (X \Rightarrow (Y \wedge Z))$

4. Перевірити правильність міркування:

1) Для того, щоб множина E не була зчисленою, достатньо, щоб множина E була відкритою;

2) Множина E зчислена. Отже, множина E – не відкрита.

5. Довести теорему з використанням вивідності:

$\vdash A \vee C \Rightarrow ((A \vee B \Rightarrow C) \Rightarrow \left(\overline{C} \Rightarrow \left(\overline{A \Rightarrow B}\right)\right))$

6. Довести, що формули логіки предикатів

$Q(y) \Rightarrow \exists x P(x)$ і $\exists x(Q(y) \Rightarrow P(x))$ є логічно еквівалентними.

Варіант №6

1. Спростити формулу: $(A \vee B)(B \Rightarrow A) \vee B \wedge C \vee A\overline{B} \vee B\overline{C}$.

2. Довести, що формула $\left((P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)\right) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$ є тавтологія

3. Привести формулу до ДДН форми: $((X \wedge \bar{Y}) \vee Z) \wedge T$

4. Перевірити правильність міркування:

1). Для того, щоб функція $f(x)$ була інтегрована на $[a, b]$, необхідно, щоб f була обмеженою на $[a, b]$.

2). Функція f – інтегрована на $[a, b]$. Отже, f – обмежена на $[a, b]$.

5. Довести теорему з використанням вивідності: $\vdash (A\overline{B} \Rightarrow \overline{A}) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$

6. Довести рівносильність: $\exists x(P(x) \vee Q(y)) \equiv \exists x P(x) \vee Q(y)$

Варіант №7

1. Спростити формулу : $(\overline{B \vee C} \Rightarrow BCD) \vee \overline{B}D$

2. Довести, що формула $(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\overline{Q} \Rightarrow \overline{P})$ є тавтологією.

3. Привести формулу до ДДН-форми: $(X \wedge ((Y \wedge Z) \vee T) \vee \overline{T})$

4. Перевірити правильність міркування:

1. π – трансцендентне число тоді і тільки тоді , коли π – ірраціональне число.
2. π – ірраціональне число. Отже, π – трансцендентне число.

5. Довести теорему з використанням формальної вивідності : $\vdash \overline{A \wedge B} \Rightarrow \bar{A} \vee \bar{B}$

6. Довести, що формули логіки предикатів $\forall x\, P(x) \vee \forall x\, Q(x) \Rightarrow \forall x\, (P(x) \vee Q(x))$ – є тотожно істиною , а обернена імплікація – ні.

Варіант №8

1. Спростити : $(C \Rightarrow (A \vee B))(BC \Rightarrow A)(AB \Rightarrow C)$

2. Звести формулу алгебри висловлень до ДДНФ: $((\overline{A} \Rightarrow B) \Rightarrow BC)(B \Rightarrow A)$

3. Побудувати таблицю істинності для формули $\overline{A} \vee B \Leftrightarrow A\overline{C}$ і визначити до якого класу вона відноситься

4. Перевірити правильність міркування:

1. Петро готувався до екзамену або пішов в кіно
2. Петро пішов у кіно тільки тоді , коли приходила Таня
3. Якщо Таня приходила, то вона залишила книжку
4. Таня книжку не залишила. Отже, Петро готувався до екзамену

5. Формально довести формулу: $AC \vee BC \Rightarrow C$

6. Показати, що формула логіки предикатів

$\forall x\, \exists y\, \forall z\, (P(x) \wedge \bar{P}(x) \Rightarrow Q(z))$ є тотожно істиною.

Варіант №9

1. Спростити формулу, звівши число операцій до m=1. $AB \vee \overline{A}\overline{B} \vee A\overline{B}$

2. Побудувати таблицю істотності для формули $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (A\overline{B} \Rightarrow B)$; визначити, до якого класу вона відноситься.

3. Привести формулу до ДДН форми: $(A \Leftrightarrow B) \Rightarrow AC$.

4. Визначити, чи правильне (коректне) міркування:

1) Для того, щоб дане число m було кратним 13 і кратним 3, необхідно, щоб m було кратне 39;

2) m кратне 13;

3) m не кратне 3. Отже, m не кратне 39.

5. Довести формально формулу: $AB \Rightarrow (A \Rightarrow A \vee C)$

6. Показати, що формула логіки предикатів

$\exists x \exists y ((P(x) \vee Q(y)) \wedge \overline{P}(x) \wedge \overline{Q}(y))$ є невиконуваною.

Варіант №10

1. Накреслити схему за формулою алгебри контактних схем, спростити цю формулу, використовуючи рівносильності, аналогічні рівносильностям алгебри висловлень і накреслити спрощену схему:

$$ab \vee bc \vee \overline{a}c \quad \text{(до 4 контактів).}$$

2. Побудувати таблицю істинності для формули $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((Q \Rightarrow P) \Rightarrow (P \Leftrightarrow Q))$, визначити, до якого класу вона відноситься.

3. Звести формулу алгебри висловлень до ДДНФ

$$\overline{(\overline{A_1} A_2)}(A_3 \Rightarrow A_4) A_3$$

4. Визначити, чи правильне (коректне) міркування:

1). Василь пішов у кіно, якщо він виконав домашнє завдання;

2). Василь пішов у кіно. Отже, Василь виконав домашнє завдання.

5. Довести формально: $(B \Rightarrow C) \Rightarrow ((A \Rightarrow B) \Rightarrow (A \Rightarrow C))$

6. Довести, що формула логіки предикатів

$$\exists x (P(x) \wedge Q(x)) \wedge \forall x (Q(x) \Rightarrow \overline{R}(x)) \Rightarrow \exists x (P(x) \wedge \overline{R}(x))$$

є логічно загальнозначущою.

Варіант №11

1. Накреслити схему за формулою алгебри контактних схем, спростити цю формулу, використовуючи рівносильності, аналогічні рівносильностям алгебри висловлень і накреслити спрощену схему:

$$ab\overline{c} \vee \overline{a}b \vee b\overline{c} \vee \overline{b} \quad \text{(до 3 контактів).}$$

2. Побудувати таблицю істинності для формули $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow \left(\left(P \Rightarrow \overline{Q}\right) \Rightarrow \overline{P}\right)$ і визначити, до якого класу вона відноситься.

3. Звести формулу алгебри висловлень до ДКНФ $\overline{(ABC)} \Rightarrow (A \Rightarrow B)$

4. Визначити, чи правильне (коректне) міркування:

1)Для того, щоб задане число m було кратне 48, необхідно, щоб m було кратне 8 і кратне 6.

2)Або m не кратне 8, або m не кратне 6.Отже, $\overline{m}$ не кратне 48.

5. Довести формально: $\vdash (B \Rightarrow C) \Rightarrow (B \Rightarrow (A \Rightarrow C))$

6. Довести, що формула логіки предикатів

$(\exists x P(x) \Rightarrow \forall x Q(x)) \Rightarrow \forall x (P(x) \Rightarrow Q(x))$ є логічно загальнозначущою.

Варіант №12

1. Накреслити схему за формулою алгебри контактних схем, спростити цю формулу, використовуючи рівносильності, аналогічні рівносильностям алгебри висловлень і накреслити спрощену схему:

$$\left(\overline{a} \vee b\right)(a \vee c)(b \vee c) \quad \text{(до 4 контактів).}$$

2. Побудувати таблицю істинності для формули $(P \vee Q) \Leftrightarrow \left(\overline{P} \Rightarrow Q\right)$ і визначити, до якого класу вона відноситься.

3. Звести формулу алгебри висловлень до ДКНФ

$$A \vee \overline{\left(\overline{A} \Rightarrow B\right)}$$

4. Визначити, чи правильне (коректне) міркування:

1). Якщо задане число m кратне 15, то m кратне 5 і кратне 3;

2) m не кратне 15;

3) m кратне 3. Отже, m не кратне 5.

5. Довести теорему:

$$\vdash \left(B \Rightarrow A \vee C\right) \Rightarrow ((B \Rightarrow C) \Rightarrow ((D \Rightarrow C) \Rightarrow (B \vee D \Rightarrow C)))$$

5. Довести чи спростувати твердження про те, що формула є тотожно істиною:

$$\exists x P\left(x\right) \wedge \exists x\left(P\left(x\right) \Rightarrow Q\left(x\right)\right) \Rightarrow \exists x Q\left(x\right)$$

Варіант №13

1. Накреслити схему за формулою алгебри контактних схем, спростити цю формулу, використовуючи рівносильності, аналогічні рівносильностям алгебри висловлень і накреслити спрощену схему:

$$\left(a \vee \bar{b}\right)\left(\bar{a} \vee b\right)\left(a \vee bc\right) \quad \text{(до 2 контактів)}$$

2. Побудувати таблицю істинності для формули

$\left(P \rightarrow R\right) \rightarrow \left(\left(P \vee Q\right) \rightarrow \left(R \vee Q\right)\right)$ і визначити, до якого класу вона відноситься.

3. Звести формулу алгебри висловлень до ДКНФ:

$$\left(A \Rightarrow \bar{B}C\right) \vee AD$$

4. Визначити, чи правильне (коректне) міркування:

1). Якщо f і g – функції, неперервні в точці c, то функція $f+g$ теж неперервна в точці c.

2) $f+g$ не є неперервною функцією в точці c.

3) f – неперервна в точці c. Отже, g не є функцією, неперервною в точці c.

5. Довести теорему: $\vdash B \Rightarrow \left(\left(C \Rightarrow D\right) \Rightarrow \left(\bar{D} \Rightarrow \bar{C}\right)\right)$

6. Довести, що формула логіки предикатів

$\forall x\left(P\left(x\right) \Rightarrow \exists x Q\left(x\right)\right) \Leftrightarrow \exists x(P(x) \Rightarrow Q(x))$ є логічно загальнозначущою.

8.3. Приклад тестових завдань для проведення поточного контролю знань:

1. Вкажіть, який вчений є засновником формальної логіки?

1. Буль
2. Евклід
3. Аристотель
4. Колмогоров
5. Лейбніц

2. Які з наступних пропозицій є висловлюваннями ?

1. Який чудовий ранок!
2. $3-\sqrt[3]{4}+\sqrt{7}$
3. Трикутник називається рівнобедреним , якщо його бічні сторони рівні
4. Число x більше одиниці
5. Якщо трикутник рівнобедрений, то висота, опущена на основу, одночасно є медіаною і бісектрисою.

3. Вкажіть хибне висловлення:

1. 2^{10} < 1000.
2. Рівняння $2x^2-x+1=0$ не має дійсних коренів.
3. $\sqrt{555}$ >14.
4. Місяць – штучний супутник Землі.
5. Існують дійсні ірраціональні числа.

4. Вкажіть заперечення висловленню: «Існують ірраціональні числа»

1. Всі числа ірраціональні.
2. Всі числа раціональні .
3. Існують раціональні числа.
4. Всі числа нераціональні .
5. Немає ірраціональних чисел.

5. Вкажіть унарну алгебраїчну операцію:

1. $\vee$
2. $\rceil$
3. $\times$
4. $\models$
5. $\leftrightarrow$

6. Сформулюйте і запишіть у вигляді кон'юнкції або диз'юнкції умову істинності висловлення |a| > 3 (a, b $\in$ R).

1. $a>3\wedge a<-3$
2. $a>3\leftrightarrow a<-3$
3. $a<3\vee a>-3$
4. $a>3\vee a<-3$
5. $a<3\rightarrow a>-3$

7. Вкажіть, які із запропонованих послідовностей символів є формулою:

1. $(p \wedge q)r \to \bar{s}$
2. $\overline{\bar{p} \to q \wedge} \; p(\bar{s} \to t)$
3. $(p \wedge (\bar{q} \to r)) \vee ((\bar{p} \leftrightarrow r) \wedge \bar{q})$
4. $(q \vee (p \to \bar{s})) \vee (p \to \bar{t}) \to \wedge \bar{q}$
5. $(((t \to q) \wedge (r \to t)))s$

8. Формула, підсумковий стовпець якої складається з одних нулів, є:
1. тотожно-істинною
2. виконуваною
3. заперечною
4. тотожно-хибною
5. загальнозначущою

9. Вкажіть тавтологію.
1. $(p \to q) \wedge p$
2. $(\bar{p} \to \bar{q}) \leftrightarrow (q \to p)$
3. $((r \vee q) \to (q \wedge r))$
4. $(p \to q) \wedge (p \to \bar{q}) \wedge p$
5. $\bar{p} \leftrightarrow q$

10. Вкажіть вірне твердження:
1. Рівносильність є операцією алгебри логіки
2. Відношення рівносильності має властивість симетричності
3. Відношення рівносильності має властивість антирефлексивності
4 Рівносильність є операцією алгебри предикатів
5. Відношення рівносильності має властивість повноти

11. Формулою, рівносильною даній $\overline{(p \to q) \wedge (q \to \bar{p})}$**, є:**
1. 0
2. $\bar{p}$
3. $q \vee \bar{p}$
4. p
5. 1

12. Вкажіть, яка вивідність (логічний наслідок) має місце.
1. $p \wedge r \to q$, $p \wedge q \models \overline{r \to p}$
2. $1 \models p \to r$
3. $\bar{r} \models$ r
4. $p \to q, q \to r \models \bar{p} \to r$
5. $0 \models (p \to r) \to s$

13. Вкажіть, в яких висловленнях замість крапок необхідно вставити вираз

(достатньо, але необхідно) , щоб воно було істинним:

1. Для того , щоб чотирикутник був паралелограмом, ... , щоб всі його сторони були рівні
2. a - парне число … для того, щоб $3a$ було парним числом $(a \in Z)$.
3. $\alpha = \beta$ … для того, щоб $\sin\alpha = \sin\beta$
4. Для того, щоб чотирикутник був прямокутником, ... , щоб всі його кути були рівні.
5. Для того , щоб чотирикутник був прямокутником, ... , щоб його діагоналі були рівні.

14. Скільки різних зведених форм має формула: $[p \to (r \to p)] \wedge (p \to r)$**.**

1. 3
2. 1
3. 0
4. 2
5. ∞

15. Вкажіть операції, які є подвійними:

1. $\vee$ і $\wedge$
2. $\to$ і $\leftrightarrow$
3. $\wedge$ і заперечення
4. заперечення і $\vee$
5. $\div$ і $\times$

16. В основі якої з рівносильностей лежить принцип доведення «методом контрапозиції»:

1. $A \to B \equiv \overline{A \wedge B}$
2. $A \to B \equiv \overline{B} \to \overline{A}$
3. $A \leftrightarrow B \equiv (A \to B) \wedge (B \to A)$
4. $A \to \overline{B} \equiv B \to A$
5. $(\overline{A} \to B) \wedge (\overline{A} \to \overline{B}) \to A$

17. Вкажіть, які формули є КН-формами:

1. $X \vee Y$
2. $(X \wedge Y) \vee (\overline{Y} \to Z)$
3. $\overline{X \vee Y}$
4. $X \leftrightarrow Y$
5. $(X \wedge Y) \vee \overline{X}$

18. Теорема, протилежна для $\overline{A} \wedge \overline{B} \to \overline{C}$ **:**

1. $A \vee B \to C$
2. $\overline{A \vee B} \to C$
3. $\overline{C} \to \overline{A} \wedge \overline{B}$

4. $\overline{A} \vee \overline{B} \to C$
5. $C \to A \vee B$

19. СДНФ формули алгебри логіки $p \to q$:

1. $(\overline{p} \vee q)$
2. $(p \wedge q) \vee (\overline{p} \wedge q) \vee (\overline{p} \wedge \overline{q})$
3. $(\overline{p} \wedge q) \vee (\overline{p} \wedge \overline{q})$
4. 1
5. 0

20. Для доведення теореми $(p \to q) \to ((p \to \overline{q}) \to \overline{p})$ на підставі теореми про дедукцію, необхідно довести висновок:

1. $p \to q,\ p \to \overline{q} \models \overline{p}$
2. $p \to q \models p \to (\overline{q} \to \overline{p})$
3. $p, q,\ p \to \overline{q} \models \overline{p}$
4. $p \to q,\ p, \overline{q} \models \overline{p}$
5. $p, q,\ \overline{q} \models \overline{p}$

21. Дано список аксіом:

a. $(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C))$
b. $A \to (B \to A)$
c. $A \to (A \to B)$
d. $(\overline{B} \to \overline{A}) \to (A \to B)$

Несуперечливими є:

1. a,b,c
2. c,d
3. a,b,d
4. a,b,c,d
5. b,c,d

22. Правило силогізму має вигляд:

1. $A, A \to B \vdash B$
2. $A \to B, B \to C \vdash A \to C$
3. $A \to (B \to C) \vdash B \to (A \to C)$
4. $A \to B \vdash \overline{B} \to \overline{A}$
5. $A, B \vdash A \to B$

23. Вкажіть вислови, які не є предикатами.

1. $2x \div 5 > 1,\ x \in Z$
2. $\forall x$ (x - столиця України), $x \in$ множині найменувань європейських міст
3. $x \| y$ (x, y - множини прямих площини)

4. $\exists x(x = 4x - 7),\ x \in Z$
5. x и y (x, y - множини найменувань європейських міст)

24. Вкажіть тотожно-хибний предикат

1. (x - ромб) $\rightarrow$ (x - паралелограм) , де $x, y \in$ множині чотирикутників
2. $(x^2 + y^2 > 2) \leftrightarrow (xy < 0),\ x, y \in R$.
3. $(x^4 = 16) \leftrightarrow (x^2 = -2)$, де $x \in R$
4. точка x рівновіддалена від точок A, B, де $x \in$ множині точок площини
5. $(x > 0) \wedge (y > 0) \wedge (x + y < 0)$, де $x, y \in R$

25. Вкажіть предикат на N, який задає множину ступенів двійки:

1. $\exists x(y = 2^x)$
2. $\exists y(y = 2^x)$
3. $\forall x(2^x)$
4. $\forall x(x \div 2)$
5. $\exists x(y = 2x)$

26. Нехай $p(x) = (x \div 12)$, $r(x) = (x \div 3)$, $x \in N$. Вкажіть вираз (мовою алгебри предикатів), що відповідає висловленню : «Деякі натуральні числа, кратні 12, не є кратними 3»..

1. $\exists x\left(p(x) \wedge \overline{r(x)}\right)$
2. $\exists x\, \overline{p(x) \wedge r(x)}$
3. $\exists x\left(p(x) \rightarrow \overline{r(x)}\right)$
4. $\exists x\left(p(x) \leftrightarrow \overline{r(x)}\right)$
5. $\exists x\left(p(x) \vee \overline{r(x)}\right)$

27. Перекладіть на українську мову такий символьний запис: $\forall n[\exists m(n = 2m) \wedge (n > 2) \rightarrow \exists x \exists y(R(x) \wedge R(y) \wedge (n = x + y))]$,
де $n, m \in N$, $R(x), R(y)$ - прості числа.

1. Кожне парне число, більше 2, є сумою двох чисел, з яких одне просте.
2. Будь-яке натуральне число, кратне двом і > 2, є сумою двох чисел, з яких одне просте.
3. Деякі парні числа, більше 2, є сумою двох простих.
4. Будь-яке натуральне парне число, більше 2, є сумою двох простих.
5. Будь-яке натуральне число, більше 2, є сумою двох простих.

28. Формулою, рівносильною до $\overline{\forall x R(x) \vee \exists x \overline{Q(x)}}$, є:

1. $\exists x R(x) \wedge \forall x \overline{Q(x)}$
2. $\exists x R(x) \vee \forall x \overline{Q(x)}$
3. $\exists x \overline{R(x)} \wedge \exists x Q(x)$
4. $\forall x \overline{R(x)} \wedge \forall x Q(x)$
5. $\exists x \mathrm{R}(x) \wedge \forall x \mathrm{Q}(x)$

29. Випередженою формою до формули $\forall x R(x) \to \exists y Q(y)$ є:

1. $\exists x \exists y \left(\overline{R(x)} \vee Q(y)\right)$
2. $\forall x \exists y \left(R(x) \wedge \overline{Q(y)}\right)$
3. $\exists x_1 \exists y \left(\overline{R(x_1)} \vee \overline{Q(y)}\right)$
4. $\forall x \exists y \left(R(x) \to Q(y)\right)$
5. $\exists x \exists y \left(R(x) \vee Q(y)\right)$

30. Вкажіть тавтологію алгебри предикатів (загальнозначущу формулу).

1. $\forall x R(x)$
2. $\exists x R(x)$
3. $\exists x \exists y R(x, y)$
4. $P(x) \to \exists y P(y)$
5. $\exists x \forall y R(x, y)$

9. Методи навчання

1. Пояснювально-ілюстративний.
2. Проблемний: проблемний виклад; частково-пошуковий; пошуковий; дослідницький.

10. Методи контролю

1. Поточний контроль.
2. Виконання контрольних робіт.
3. Виконання індивідуальних завдань.
4. Екзамен.

11. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточне тестування та самостійна робота						Сума
Змістовий модуль 1	Змістовий модуль 2	Змістовий модуль 3	Змістовий модуль 4	Змістовий модуль 5	Екзамен	
25	25	15	15	15	5	100

12. Оцінювання навчальних досягнень студентів

Рівні навчальних досягнень	Оцінка	Бали	Критерії оцінювання навчальних досягнень студентів
1	**2**	**3**	**4**
I **Низький** (фрагментарний)	**“2”**	1	**Студент:** розпізнає окремі об’єкти, явища і факти предметної галузі
		2	**Студент:** розпізнає окремі об’єкти, явища і факти предметної галузі та може фрагментарно відтворити знання про них.
		3	**Студент:** має фрагментарні знання при незначному їх обсязі при відсутності сформованих умінь та навичок.

II **Елементарний** (репродуктив-ний)	**“3”**	4	**Студент:** має початковий рівень знань, значну (більше половини) частину навчального матеріалу може відтворити репродуктивно; може за допомогою викладача виконати просте навчальне завдання; має елементарні, нестійкі навички професійної діяльності.
		5	**Студент:** має рівень знань вищий, ніж початковий; може з допомогою викладача відтворити значну частину навчального матеріалу з елементами логічних зв’язків; вміє за зразком виконати просте навчальне завдання; має стійкі навички професійної діяльності.
		6	**Студент:** знайомий з основними поняттями навчального матеріалу; може самостійно відтворити значну частину навчального матеріалу і робити певні узагальнення; вміє виконувати навчальні завдання за зразком; має стійкі навички професійної діяльності.
III **Достатній** (частково-пошуковий)	**’’4’’**	7	**Студент:** може самостійно викласти матеріал теми, завершуючи його висновками; вміє застосовувати вивчений матеріал у стандартних ситуаціях; вміє виконувати навчальні завдання, передбачені програмою.
		8	**Студент уміє:** аналізувати, порівнювати, узагальнювати навчальну інформацію, в цілому самостійно застосовувати її на практиці; контролювати власну діяльність; самостійно визначити спосіб навчальної задачі; працювати з джерелами інформації.
		9	**Студент:** вільно володіє навчальним матеріалом, застосовує знання на практиці; уміє узагальнювати і систематизувати навчальну інформацію; самостійно виконує передбачені програмою навчальні завдання; може аргументовано обрати раціональний спосіб виконання навчального завдання; уміє працювати з джерелами інформації; вільно володіє професійними навичками.
V **Високий** (дослідницький)	**“5”**	10	Знання, вміння і навички студента повністю відповідають вимогам державної програми. **Студент:** володіє глибокими, міцними знаннями, самостійно визначає проміжні цілі власної навчальної діяльності, оцінює нові факти, явища; вміє знаходити додаткову інформацію та самостійно використовує її для реалізації поставлених перед ним навчальних цілей, судження його логічні і достатньо обґрунтовані; здійснює наукову роботу під керівництвом викладача; має певні професійні навички
		11	**Студент:** володіє узагальненими знаннями з предмету; вміє планувати особисту навчальну діяльність, аналізувати свою педагогічну діяльність; вміє самостійно знаходити джерела інформації і використовувати її відповідно до мети і завдань власної пізнавальної діяльності; використовує набуті знання і вміння у нестандартних ситуаціях; володіє технологією інноваційної діяльності;
		12	**Студент:** має стійкі системні знання і продуктивно їх використовує; виявляє варіативність мислення і раціональність у виборі способу розв’язання педагогічної проблеми; здатний до розв’язування нестандартних задач; має стійкі професійні уміння; має власну програму професійно-педагогічного самовдосконалення; самостійно розробляє методи і методики дослідження і запроваджує їх у наукових працях; має досягнення в науковій роботі, друковані праці.

Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	**Оцінка ECTS**	**Оцінка за національною шкалою**	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	**для заліку**
90 – 100	**A**	відмінно	зараховано
82-89	**B**	добре	
74-81	**C**		
64-73	**D**	задовільно	
60-63	**E**		
35-59	**FX**	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-34	**F**	незадовільно з обов’язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов’язковим повторним вивченням дисципліни

13. Методичне забезпечення

1. Мультимедійні презентації.
2. Дидактичний роздатковий матеріал.
3. Підручники.
4. Завдання для контрольних робіт.

14. Рекомендована література

Базова

1. Лиман Ф.М. Математична логіка і теорія алгоритмів. К. : Інтехсервіс, 1994. 176 с.

2. Лиман Ф.М. Математична логіка і теорія алгоритмів. Суми : Промінь, 1998. 251 с.

3. Програма навчальної дисципліни «Математична логіка і теорія алгоритмів» для студентів фізико-математичного факультету (напрям підготовки 6.040201; спеціальність: математика; спеціалізація: інформатика, фізика) / Моторіна В.Г., Блудов В.Я., Дейніченко Т.І., Панько О.Л. Харків : ХНПУ імені Г.С. Сковороди, 2015. 41 с.

4. Хромой Я.В. Збірник вправ і задач з математичної логіки. К. : Вища школа, 1978. 160 с.

5. Хромой Я.В. Математична логіка. К. : Вища школа, 1983. 208 с.

Допоміжна

1. Бондаренко М.Ф., Білоус Н.В., Шубін І.Ю. Збірник тестових завдань з дискретної математики. Х : Основа, 2000. 156 с.

2. Дейніченко Т.І., Панько О.Л. .Диференціація навчання у вивченні математичної логіки у вищому педагогічному навчальному закладі: : матеріали науково-практичної конференції «Теорія і практика соціального виховання:

соціальна суб'єктність, активність та відповідальність» (21 листопада 2014 р.). Харків : ХНПУ імені Г. С. Сковороди, 2014. С. 36-37.

3. Дейніченко Т.І., Жерновникова О.А., Гузь Н.Л. Підготовка майбутніх учителів математики до навчання математичної логіки і теорії алгоритмів // Науково-дослідна робота студентів як чинник удосконалення професійної підготовки майбутнього вчителя: зб. наук. пр. / редкол.: Л.І. Білоусова та ін. Х. : ХНПУ імені Г.С. Сковороди, 2018. Вип. 16. С. 61-67.

4. Дейніченко Т.І., Тубаєв М.Д. Створення мікрогруп студентів як основа для диференціації навчання математичної логіки в педагогічному ВНЗ // Матеріали науково-практичної конференції викладачів, докторантів і аспірантів кафедри загальної педагогіки та педагогіки вищої школи «Кафедра педагогіки в системі підготовки майбутнього вчителя» (до 165-річчя від дня заснування кафедри) (20 жовтня 2015) / М-во освіти і науки України, Харк. нац. пед. ун-т імені Г.С. Сковороди. Х. : ХНПУ імені Г.С Сковороди, 2014. С. 58-59.

15. Інформаційні ресурси

1. Плиско В.Е. Математична логіка: Курс лекцій. – 86 с. – [Режим доступу] : http://lpcs.math.msu.su/~plisko/matlog.pdf, http://lpcs.math.msu.su/~plisko/matlog.ps

2. Плиско В.Е. Теорія алгоритмів: Курс лекцій. – 38 с. – [Режим доступа] : http://lpcs.math.msu.su/~plisko/ta.pdf, http://lpcs.math.msu.su/~plisko/ta.ps

3. Bilaniuk S. A Problem Course in Mathematical Logic. –2003. – XII, 152 p. – [Режим доступа] : http://www.trentu.ca/mathematics/sb/pcml/

16. Форма підсумкового контролю успішності навчання: екзамен.

17. Засоби діагностики успішності навчання: тестові завдання, самостійні роботи, індивідуальні роботи, індивідуальні завдання, контрольні роботи.

Тамара Іванівна ДЕЙНІЧЕНКО

Геннадій Володимирович ДЕЙНИЧЕНКО

Математична логіка і теорія алгоритмів: навчально-методичний комплекс для студентів фізико-математичного факультету спеціальності «014 Середня освіта (математика)». Харків: ХНПУ імені Г.С. Сковороди, 2021. 45 с.

Відповідальний за випуск:

доктор педагогічних наук, професор

О.А. Жерновникова

Підписано до друку Формат Папір офсетний.

Гарнітура Times New Roman. Друк офсетний. Ум. друк. арк. 10.

Обл.. – вид. арк.. Зам. № Тираж 100 прим. Ціна договірна.

Відомості про видавництво