

Міністерство освіти і науки України

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ
УНІВЕРСИТЕТ

**АКТУАЛЬНІ АСПЕКТИ ФУНДАМЕНТАЛІЗАЦІЇ
МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ В СУЧАСНИХ ВИЩИХ
НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ:
ПОГЛЯД СТУДЕНТІВ І МОЛОДИХ ВЧЕНИХ**

**Матеріали Всеукраїнської науково-практичної
конференції здобувачів вищої освіти і молодих вчених
12–13 квітня 2018 року**

Харків
ХНАДУ
2018

Лебеденко Я.О. (студ., 5 курс)

Науковий керівник – проф. В. Г. Моторіна

Харківський національний педагогічний університет імені Г.С. Сковороди

ОСОБЛИВОСТІ ПОБУДОВИ МОДЕЛЕЙ МАТЕМАТИЧНОЇ ЕКОЛОГІЇ. МОДЕЛЬ «ХИЖАК-ЖЕРТВА»

Дана модель пов'язана з динамікою популяцій жертви і хижака. В основу відповідної моделі покладено ідеалізовані уявлення про характер внутрішньота міжвидових стосунків у спільноті.[1, с. 218]

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = \varepsilon_1 x_1 - \gamma_1 x_1 x_2 = (\varepsilon_1 - \gamma_1 x_2) x_1 \\ \frac{dx_2}{dt} = -\varepsilon_2 x_2 + \gamma_2 x_1 x_2 = (-\varepsilon_2 + \gamma_2 x_1) x_2 \end{cases} \quad \text{За В. Вольтерра}$$

Модель Вольтерра–Лотки передбачає процеси, що відбуваються лише в просторово однорідних системах і нічого не говорить про можливий розвиток подій у випадках просторових неоднорідностей. Тому вона, хоч і дає до деякої міри адекватний розв'язок, але є досить грубою і дозволяє утворити тільки «усереднене розуміння» того, як із плином часу змінюється кількість елементів системи [1, с. 228].

У методі моделювання екологічних процесів широко використовують два принципово різні підходи.

Перший підхід – *побудова математичної моделі*. Створюється математична модель процесу і виконується аналітичне або чисельне її розв'язування, яке за можливості супроводжується графічними побудовами.

Перша математична модель

За умови, що хижаки й жертви ізольовані одні від одних, а зовнішні обмеження на ресурси середовища для карасів відсутні, динаміку кожної популяції для достатньо малих проміжків часу Δt можна описати законом

Мальтуса, де з метою спрощення всі індекси 1 відносяться до жертв, а індекси 2 – до хижаків.

$$\begin{cases} \frac{\Delta N_1}{\Delta t} = k_1 N_1 \\ \frac{\Delta N_2}{\Delta t} = -k_2 N_2 \end{cases}$$

Тут k_1, k_2 – відповідні відносні прирости чисельності жертв і хижаків за одиницю часу. Знак « $\rightarrow$ » у другому рівнянні означає, що ізольовані від жертв (їжі) хижаки матимуть від’ємний приріст, тобто їхня чисельність із плином часу зменшуватиметься, і вони вимиратимуть.

Друга математична модель

Число зустрічей пропорційне як кількості жертв N_1 , так і хижаків N_2 , тобто добуткові $N_1 \cdot N_2$.

Для опису динаміки популяцій В. Вольтерра запропонував таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\Delta N_1}{\Delta t} = k_1 N_1 - a_1 N_1 N_2 \\ \frac{\Delta N_2}{\Delta t} = -k_2 N_2 + a_2 N_1 N_2. \end{cases} \quad (1)$$

Тут N_1, N_2 – чисельності жертв і хижаків у деякий момент часу; k_1, a_1, k_2, a_2 – постійні коефіцієнти.

Коефіцієнти моделі (k_1, a_1, k_2, a_2) не залежать від того, яку саме частину кожної популяції ми бажаємо описати.

Третя математична модель

Перепишемо наведену систему (1) у формі скінчених різниць:

$$\begin{cases} \Delta N_1 = N_1 (k_1 - a_1 N_2) \Delta t \\ \Delta N_2 = -N_2 (k_2 - a_2 N_1) \Delta t \end{cases} \quad (2)$$

Однак виявилося, що модель Вольтерра–Лотки не має точних аналітичних розв’язків, тобто виразити $N_1(t)$ і $N_2(t)$ через відомі елементарні функції неможливо. Тому єдине, що залишається в означеній ситуації – це

скористатися чисельним розв'язуванням. Для нас цей факт є визначальним: адже в попередніх задачах (моделях) аналітичні розв'язки існували, проте ми наполегливо й планомірно освоювали чисельний метод. Виявляється, що не дарма [1, с. 231].

Другий підхід – комп'ютерне імітаційне моделювання складної системи. Воно дозволяє одержати більш докладні уявлення про процеси (в моделі Вольтерра–Лотки було б урахування просторових неоднорідностей). Але такий підхід потребує значно складніших алгоритмів і більших витрат часу й пам'яті. Розв'язуючи подібні задачі, дослідники активно використовують якісний аналіз, моделюють систему у спеціалізованих сучасних середовищах на спеціалізованих комп'ютерах, розробляють «правила гри» і розмірковують над тим, які з цих «правил» найбільш повно відповідають реальній системі.

То ж підготуємо таблицю за таким зразком:

	A	B	C	D	E	F	G
1	t	N_1	N_2	ΔN_1	ΔN_2	Дано:	
2						$k_1 =$	
3						$k_2 =$	
4						$a_1 =$	
5						$a_2 =$	
6						$N_{01} =$	
7						$N_{02} =$	
8						$\Delta t =$	
...	...	...	...	...	...		

Комірки другого рядка цієї таблиці (для моменту часу $t = 0$) матимуть такий вміст:

Комірки	формули / числа
A2	0
B2	=\$G\$6
C2	=\$G\$7
D2	=B2*(\$G\$2-\$G\$4*C2)*\$G\$8
E2	=-C2*(\$G\$3-\$G\$5*B2)*\$G\$8

Заповнимо третій рядок, який далі скопіюємо у наступні n рядків, де

$$n = t_{\text{модельовання}} / \Delta t:$$

Комірки	формули
A3	=A2+\$G\$8
B3	=B2+D2
C3	=C2+E2
D3	=B3*(\$G\$2-\$G\$4*C3)*\$G\$8
E3	=-C3*(\$G\$3-\$G\$5*B3)*\$G\$8

Анотація. У статті приділяється увага маловідомому, але важливому матеріалу для розвитку науки – розуміння сутності математичного моделювання, його роль в екологічних процесах, де розкриваються особливості побудови моделей математичної екології, на прикладі моделі «Хижак-Жертва». Застосовування методу математичного моделювання до розв’язування екологічних задач дає змогу описувати екологічні процеси через диференціальні рівняння та комп’ютерне моделювання як елементарні у шкільному курсі математики, так і складні у природничих дисциплінах.

Ключові слова: математичне моделювання, динаміка популяцій, модель Вольтерра-Лотки, екологія, екологічні процеси.

Література

[1] – Ляшенко І. М. Основи математичного моделювання економічних, екологічних та соціальних процесів/ І. М. Ляшенко, М. В. Коробова, А. М. Столяр – Х.: Навчальна книга – Богдан, 2006. – 304 с.

УДК 372.853

Лунгол О.М., ст. викл.
Суховірська Л.П., викл.

Донецький національний медичний університет, м. Лиман

РЕЗУЛЬТАТИ ВПРОВАДЖЕННЯ БІЛІНГВАЛЬНОГО ПІДХОДУ ДО МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ МЕДИЧНОЇ ТА БІОЛОГІЧНОЇ ФІЗИКИ В МЕДИЧНИХ ЗАКЛАДАХ ВИЩОЇ ОСВІТИ

Соціально-економічні та політичні зміни в світі, вимагають від України активного входження в геополітичний полікультурний діалог. Одним з