

Міністерство освіти і науки України

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ  
УНІВЕРСИТЕТ

**АКТУАЛЬНІ АСПЕКТИ ФУНДАМЕНТАЛІЗАЦІЇ  
МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ В СУЧASNIX VIЩIX  
НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДАХ:  
ПОГЛЯД СТУДЕНТІВ І МОЛОДИХ ВЧЕНИХ**

**Матеріали Всеукраїнської науково-практичної  
конференції здобувачів вищої освіти і молодих вчених  
12–13 квітня 2018 року**

Харків  
ХНАДУ  
2018

Харченко Д.О. (студ., 6 курс)

Науковий керівник – доц. І. Г. Яловега

*Харківський національний педагогічний університет імені Г.С. Сковороди*

## МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ПОНЯТТЯ ЧИСЛА $e$

Вивчення основних математичних понять є складною методологічною задачею як для викладачів шкільного курсу, так і для викладачів курсу вищої математики, особливо це стосується найважливіших означень, без розуміння яких неможливо опанувати навчальну програму математичної освіти. Поняття «Число  $e$ » вперше зустрічається в шкільній програмі з математики, і хоча воно зустрічається рідше у шкільному курсі, ніж  $\pi$ , проте у вищій математиці  $e$  відіграє дуже важливу роль та зустрічається дуже часто. У вищих навчальних закладах це поняття з'являється в курсі вищої математики або математичного аналізу вже на першому курсі. Студенти вперше стикаються з числом  $e$  при вивченні теорії границь, спочатку в границях послідовностей, а потім – в границях функцій при вивчені першої та другої чудових границь. Опитування показує, що дана тема з точки зору опанування техніки знаходження границь не доставляє багато труднощів, проте розуміння його сутності числа  $e$  та як порахувати його значення ставить у кут більшість опитаних студентів старших курсів математичних факультетів. В кращому випадку відповідь обмежується означенням другої чудової границі.

Складність методологічних особливостей викладання теми «Число  $e$ » розглядалась багатьма науковцями. Пропонувалися різні підходи до введення цього поняття. Так, в класичному курсі математичного аналізу число  $e$  традиційно визначається як границя  $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  [1, с. 47; 4 с. 86-87; 5 с. 78-79]. Іноді число  $e$  визначається як сума ряду або у вигляді нескінченого цепного дробу [6, с. 114]. Рідко зустрічається визначення числа  $e$  при дослідженні диференційованості показникової функції, оминаючи визначення

через границю [3, с. 198]. Більшість робіт зосереджено на суто математичному визначенні числа  $e$ , лише в деяких підручниках після класичного визначення в якості приклада приводиться економічне застосування числа  $e$ , історичний аспект найчастіше залишається без належної уваги [7, с. 157-161]. Обчислення значення числа  $e$  найчастіше залишається на самостійне вивчення, і в зв'язку з достатньою складністю сприйняття самого поняття, залишається погано опрацьованим, внаслідок чого – не до кінця опанованим студентами. Недосконалість усталеної роками методики вивчення поняття числа  $e$  стало проблемою даного дослідження.

Вважається, що вперше число  $e$  було обчислено Я. Бернуллі в процесі розв'язання задачі про максимальний дохід. Саму букву  $e$  почав використовувати Л. Ейлер.Хоча константа  $e$  була відома ще з років Дж. Непера та Я. Бернуллі, саме Л. Ейлер зробив настільки глибоке дослідження цієї важливої величини, що з тих пір вона носить його ім'я. В 1690 р. Я. Бернуллі вперше опублікував дослідження складного процента, в якому обґрунтував існування граничної вигоди при нескінченому збільшенні частоти нарахування процентів, яку визначив як більшу ніж 2,5, але меншу ніж 3. Шляхом декількох наближень, він, по суті, шукав границю послідовності  $e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ , яка дорівнює числу  $e$ . Таким чином, константа  $e$  виникла при розв'язанні реальної економічної задачі, і лише з роками досліджень виявилась математична значимість цієї константи.

Число  $e$  – обчислювальне, тобто може бути обчислене з будь-якою заданою точністю за допомогою алгоритму. Число  $e$ , як і число  $\pi$  – трансцендентне і його можливо записати лише тільки двома способами: або у вигляді нескінченого цепного дробу (Л. Ейлер, 18 ст.):

$$e = 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{2}{3 + \cfrac{3}{\dots}}}},$$

або як суму нескінченого ряду, розкладши за степенями  $n$  вираз  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ :

$$e = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots$$

Завдяки стрімкій збіжності ряду число  $e$  нескладно обчислити з точністю до будь-якого десятинного знаку. В числі  $e$ , як і в числі  $\pi$ , десятинні знаки ніде не обриваються, а знайти закон, за яким вони чергуються, ще не вдалось.

Щоб знайти приблизне значення числа  $e$ , можна порахувати значення функції  $y = \exp x$  при  $x = 1$ . Застосувавши метод Ломаних Ейлера, ми отримаємо ломану Ейлера для рівняння  $y' = y$ , яка проходить через точку  $x=1$ . [2, с. 22]

Проте такий варіант обчислення важко застосувати при визначенні числа  $e$ , адже на момент вивчення поняття числа  $e$ , похідні ще невідомі.

Задача викладача виявити та донести до студентів ті тонкощі і цікаві факти, які зможуть зробити важливі фундаментальні математичні поняття, такі як і число  $e$ , доступними і зрозумілими. Класична задача про зростання вкладу є гарною передмовою перед визначенням числа  $e$ , а обчислення числа  $e$  за допомогою цепного дробу, де, для отримання більш точних значень числа  $e$ , заданих звичайним дробом, можна обривати цепний дріб на досить великих значеннях, є більш доступним і зрозумілим. Даний спосіб вивчення числа  $e$  можна застосовувати як у шкільному курсі, так і у вищих навчальних закладах.

**Анотація.** В статті розглянуто методичні особливості вивчення числа  $e$ , а саме методики визначення числа  $e$  та основні методи обчислення його значення, доцільність введення цих методів до аудиторних годин.

## Література

[1] – Архипов Г. И. Лекции по математическому анализу / Г. И. Архипов, В. А. Садовничий, В. Н. Чубариков – Москва: Высшая школа, 2000. – 696 с.

[2] – Болтянский Г. П. Экспонента / Г. П. Болтянский // Научно-популярный физико-математический журнал «Квант». – МЦНМО, 1984. – № 10 – С. 20–24.

[3] – Дьюденне Ж. Основы современного анализа / Ж. Дьюденне – Москва: Мир, 1964. – 431 с.

[4] – Зорич В. А. Математический анализ. Часть I / В. А. Зорич – Москва: ФАЗИС, 1997. – 554 с.

[5] – Ильин В. А. Основы математического анализа: В 2-х ч. Часть I / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 648 с.

[6] – Карташев А. П. Математический анализ / А. П. Карташев, Б. Л. Рождественский – СПб.: Лань, 2007. – 448 с.

[7] – Кремер Н. Ш. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман – Москва: ЮНИТИ, 2000. – 471 с.

УДК 378.016:51

Хурда А.А. (студ., 5 курс)

Науковий керівник – доц. Т.І. Дейніченко,

*Харківський національний педагогічний університет імені Г.С. Сковороди*

## **ПІДГОТОВКА МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ ДО НАВЧАННЯ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ І МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ**

Характерними рисами розвитку проблеми підготовки студентів вищих педагогічних навчальних закладів до вивчення теорії ймовірностей і математичної статистики на сучасному етапі є модернізація та концептуальне переосмислення професійно-педагогічної підготовки вчителя з урахуванням гуманістичної парадигми освіти, спрямованої на формування творчої особистості, забезпечення умов для розкриття здібностей, використання досвіду, задоволення освітніх потреб. Водночас динамічний розвиток сучасного суспільства передбачає наявність потужного наукового арсеналу задля вибору оптимальних шляхів реалізації потенціалу суспільства.

Як відомо, у середині XVII століття народилась нова галузь математики – теорія ймовірностей, виникнення якої пов’язане з іменами Б. Паскаля, П. Ферма, Х. Гюйгенса, Я. Бернуллі. Імовірнісні методи і в умовах ринкової економіки зберігають свою актуальність, оскільки допомагають запобігти помилкам, мінімізувати їх кількість та шкідливі наслідки, надають можливості передбачати, планувати наперед, оцінювати можливі ризики тощо [1; 2; 3].